Самостоятельная работа 1.

Записанные решения должны быть сданы до 9:05 вторника, 21 сентября.

Число N определяется каждым студентом по формуле $N = 100 \cdot \textit{Ф} + 10 \cdot \textit{И} + O$, где
$\textit{Ф}$ = число букв в фамилии $\pmod{10}$;
$\textit{И}$ = число букв в имени $\pmod{10}$;
O = число букв в отчестве $\pmod{10}$.

Если получилось, что $N < 100$, то надо заменить N на $N + 100$.

1) Найдите такое натуральное число $m \in [N-2; N+2]$, для которого кольцо $\mathbb{Z}_m$ содержит наибольшее количество нильпотентных элементов. Перечислите эти нильпотентные элементы.
2) Найдите такое натуральное число $n \in [N-2; N+2]$, для которого кольцо $\mathbb{Z}_n$ содержит наибольшее количество делителей нуля.
3) Для значения n из пункта 2 представьте кольцо $\mathbb{Z}_n$ в виде прямого произведения: $\mathbb{Z}_n \cong \mathbb{Z}_k \times \mathbb{Z}_l$ (каким-нибудь одним способом). Укажите в $\mathbb{Z}_n$ соответствующие этому разложению идемпотентные элементы.
4) Для значений n, k и l из пункта 3 найдите в $\mathbb{Z}_n$ такой остаток x, что $x \equiv \left[\frac{k}{2}\right] \pmod{k}$ и $x \equiv \left[\frac{l}{2}\right] \pmod{l}$. ($[a]$ обозначает целую часть числа a).
5) Для значения n из пункта 2 найдите в кольце $\mathbb{Z}_n$ обратимый элемент, имеющий наибольший порядок по умножению.