

## Дедекиндовы сечения

Докажите следующие свойства дедекиндовых сечений и операций над ними:

- Задача 1.** а)  $a + b = b + a$ ,  $(a + b) + c = a + (b + c)$ ;  
 б)  $a + 0 = 0 + a = a$ ;  
 в)  $a + (-a) = 0$ .
- Задача 2.** а)  $a \cdot b = b \cdot a$ ,  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ ;  
 б)  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ ;  
 в)  $a \cdot (1/a) = 1$ .
- Задача 3.**  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
- Задача 4.** а) Если  $a \geq b$  и  $b \geq c$ , то  $a \geq c$ ;  
 б) если  $a \geq b$  и  $b \geq a$ , то  $a = b$ ;  
 в) для всяких  $a$  и  $b$  выполнено либо  $a \geq b$ , либо  $b \geq a$ .
- Задача 5.** а) Если  $a \geq b$ , то для всякого  $c$  выполнено  $a + c \geq b + c$ ;  
 б) если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ , то  $a \cdot b \geq 0$ .
- Задача 6\*.** Рассмотрим на действительных числах другую пару операций:

$$a \oplus b = \max(a, b), \quad a \otimes b = a + b.$$

Какие из перечисленных выше свойств будут для них выполнены?