

ЗАДАЧА 1. Найти фундаментальную группу дополнения до конечного подмножества плоскости.

ЗАДАЧА 2. Рассмотрим отображение $f: \mathbb{R}P^2 \times \mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{R}P^2 \times \mathbb{R}P^2$, $f(x, y) = (y, x)$. Гомотопно ли оно тождественному?

ЗАДАЧА 3. Описать универсальное накрытие над $S^1 \vee S^1$.

ЗАДАЧА 4. Можно ли так повесить картину на двух гвоздях, чтобы при выдергивании любого из гвоздей она падала?

ЗАДАЧА 5. Доказать, что $\pi_1(SO(3)) = \mathbb{Z}_2$. Описать образующую фундаментальной группы.

ЗАДАЧА 6. Рассмотрим непрерывное отображение $f: D^2 \rightarrow D^2$ (D^2 это замкнутый двумерный диск). Доказать, что у f есть неподвижная точка.

ЗАДАЧА 7. Фундаментальная группа одномерного CW -комплекса свободна.

ЗАДАЧА 8. Для любой группы G с конечным числом образующих и соотношений найдется конечный клеточный комплекс X , такой что $\pi_1(X) = G$.

ЗАДАЧА 9. Группа G действует свободно и дискретно на односвязном (хорошем) пространстве. Доказать, что фундаментальная группа фактора по действию G изоморфна G .

ЗАДАЧА 10. Рассмотрим подгруппу $\mathbb{Z}_n \subset SO(2)$, состоящую из поворотов плоскости на углы кратные $2\pi/n$. Найти фундаментальную группу факторпространства $SO(3)/\mathbb{Z}_n$, где $SO(2)$ рассматривается как подгруппа $SO(3)$.

ЗАДАЧА 11. Вычислить фундаментальную группу бутылки Клейна.

ЗАДАЧА 12. Вычислить фундаментальную группу сферы с g ручками.

ЗАДАЧА 13. Вычислить фундаментальную группу дополнения до окружности в \mathbb{R}^3 .

ЗАДАЧА 14. Вычислить $\pi_1(U(2))$.