

Математический анализ. 2-й курс. Контрольная работа 12 октября 2010 г.

ВАРИАНТ 1

- 1) Докажите, что множество замкнутых шаров в метрическом пространстве 2-адических чисел \mathbb{Z}_2 образует полукольцо. Является ли оно кольцом?
- 2) Найдите меру множества точек отрезка $[0, 1]$, в двоичном разложении которых на всех четных местах стоит 0.
- 3) Может ли образ множества лебеговой меры 0 на прямой под действием непрерывно дифференцируемого отображения $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ иметь положительную меру?
- 4) Пусть функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ измерима по Лебегу, а функция $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ измерима относительно σ -алгебры борелевских множеств. Докажите, что функция $g \circ f$ измерима по Лебегу.

Математический анализ. 2-й курс. Контрольная работа 12 октября 2010 г.

ВАРИАНТ 2

- 1) Докажите, что множество открытых шаров в метрическом пространстве 3-адических чисел \mathbb{Z}_3 образует полукольцо. Является ли оно кольцом?
- 2) Найдите меру множества точек отрезка $[0, 1]$, в десятичном разложении которых не участвует какая-нибудь из цифр.
- 3) Существует ли на отрезке замкнутое множество положительной лебеговой меры, состоящее из иррациональных чисел?
- 4) Пусть функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ измерима по Лебегу, а функция $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ монотонна. Докажите, что функция $g \circ f$ измерима по Лебегу.