Вопросы к зачету по курсу "Логика и алгоритмы" (октябрь 2010)

1. Пропозициональные формулы. Построение таблиц истинности.
2. Эквивалентные формулы. Тавтологии. Утверждение:
$\alpha \sim \beta$ тогда и только тогда, когда $(\alpha \Leftrightarrow \beta)$ – тавтология.
3. Примеры эквивалентных пропозициональных формул.
4. Элементарная конъюнкция. СДНФ. Представление любой пропозициональной формулы в виде СДНФ.
5. Двойственные формулы. Принцип двойственности: если две формулы эквивалентны, то и двойственные формулы эквивалентны.
6. Задача: $\alpha^*(p_1,..., p_n) \sim \neg\alpha(\neg p_1,..., \neg p_n)$.
7. Элементарная дизъюнкция. СКНФ. Представление любой пропозициональной формулы в виде СКНФ.
8. Включение множеств. Принцип объемности. Булевы операции над множествами.
9. Булевы термы. Преобразование булевых термов в пропозициональные формулы. Тождественное равенство булевых термов. Теорема: булевы термы тождественно равны тогда и только тогда, когда соответствующие им формулы эквивалентны.
10. Приведение булевых термов к СДНФ и СКНФ.
11. Неупорядоченная пара. Упорядоченная пара. Прямое (декартово) произведение множеств. Кортежи. Произведение нескольких множеств.
12. Бинарное отношение между множествами. Функциональное отношение. Первая и вторая проекции отношения. Соответствие между множествами. Частичная функция. Область определения частичной фукнции. Функция (отображение).
13. Обратное отношение. Обратное соответствие. Инъекция (вложение). Сюръекция (наложение). Биекция (1-1 соответствие). Тождественное отображение.
14. Композиция функций. Сохранение инъективности, сюръективности, биективности для композиций.
15. Задача. Функция f — биекция $\Leftrightarrow$ обратное соответствие f^{-1} — функция.
16. Задача. Если $f: A \to B$, $g: A \to B$, $fg=1_A$, $gf=1_B$, то f,g — взаимно обратные биекции.
17. Равномощные (эквивалентные) множества. Свойства:
(1) $A \sim A$; (2) $A \sim A \Rightarrow B \sim A$; (3) $A \sim B \ \& \ B \sim C \Rightarrow A \sim C$.
18. Множество натуральных чисел. Принцип индукции. Определение арифметических операций по индукции. Принцип наименьшего числа.
19. Конечные множества. Сохранение конечности при добавлении одного элемента.
20. Сохранение конечности при удалении одного элемента.
21. Принцип Дирихле. Мощность конечного множества.
22. Мощность подмножества конечного множества.
23. Мощность объединения двух непересекающихся конечных множеств.
24. Формула включений и исключений для двух конечных множеств.
25. Формула включений и исключений (общий случай).
26. Задача: мощность прямого произведения конечных множеств равна произведению мощностей.
27. Вложимость множеств. Свойства:
(1) $A \lesssim A$; (2) $A \lesssim B \ \& \ B \lesssim C \Rightarrow A \lesssim C$.

28*. Теорема Кантора — Бернштейна (*Доказательство знать необязательно.)
29. Образ (область значений) отображения. Образ множества при отображении. Сужение отображения на подмножество области определения. Сохранение инъективности для сужений.
30. Теорема: если B конечно и $A \lesssim B$, то A конечно.
31. Теорема: для конечных множеств $A \lesssim B \Leftrightarrow |A| \leqslant |B|$.
32. Задача: образ конечного множества при любом отображении — конечное множество.
33. Счетные множества. Вложимость конечных множеств в счетные.
34. Счетность бесконечных подмножеств **N**.
35. Счетность бесконечных подмножеств счетного множества.
36. Равномощность **N** и **Z**. Счетность объединения счетного и не более чем счетного множества.
37. Задача: если $A \sim A'$ & $B \sim B'$, то $A \times B \sim A' \times B'$.
38. Счетность произведения двух счетных множеств.
39. Операция возведения в степень для множеств. Множества $A^{\{x\}}$, $A^{\varnothing}$. Два определения множества A^n.
40. Теорема: $A^{\{1,\ldots,n\}} \sim A \times \ldots \times A$ (n раз).
41. Теорема: если $B \sim C$, то $A^B \sim A^C$.
42. Задача: если $A \sim C$, то $A^B \sim C^B$.
43. Мощность множества A^B для конечных A и B.
44. Множество конечных последовательностей A^*; его счетность для счетного A.
45. Множества 2^A и $\mathscr{P}(A)$; их равномощность.
46. Вложимость A в $\mathscr{P}(A)$. Мощность множества $\mathscr{P}(A)$ для конечного A.
47. Теорема Кантора о неравномощности A и $\mathscr{P}(A)$. Следствие: не существует множества наибольшей мощности.
48. Равномощность **R** и $2^{\mathbf{N}}$. Мощность континуума.
49. Равномощность $\mathbf{N}^{\mathbf{N}}$ и $2^{\mathbf{N}}$.