

Алгебраическая геометрия модуль 3 занятие 1.

1. Докажите что множество прямых в проективной плоскости \mathbb{P}^2 образует (совершенно другую) проективную плоскость $\hat{\mathbb{P}}^2$. Определите по системе однородных координат $(t_1 : t_2 : t_3$ на \mathbb{P}^2 "двойственную" систему координат $\hat{t}_1 : \hat{t}_2 : \hat{t}_3$ на $\hat{\mathbb{P}}^2$
2. Рассмотрим в прямом произведении $\mathbb{P}^2 \times \hat{\mathbb{P}}^2$ множество инцидентности Z точка \in прямая. Опишите это множество алгебраическими уравнениями.
3. Рассмотрим множество прямых проходящих через данную точку \mathbb{P}^n . Докажите что оно совпадает с проективным пространством \mathbb{P}^{n-1} на единицу меньшей размерности.
4. Найдите все рациональные решения уравнения $x^2 + y^2 = z^2$
5. Пусть f – квадратичный многочлен от x . Докажите что интеграл $\int F(x, \sqrt{f(x)}) dx$, где F – многочлен от двух переменных, берется в элементарных функциях.
6. Найдите все рациональные решения уравнения $x^2 + y^2 = z^2 + w^2$
7. Найдите все рациональные решения уравнения $x^2 + y^2 + z^2 = w^2$