

Алгебраическая геометрия модуль 1 занятие 3.

1. Найдите систему уравнений описывающую образ \mathbb{P}^1 в \mathbb{P}^3 под действием отображения $(t : s) \rightarrow (x : y : z : w) = (t^3 : t^2s : ts^2 : s^3)$.

Рассмотрим отображение $F: \mathbb{P}^2 \setminus \{(1 : 0 : 0) \cup (0 : 1 : 0)\} \rightarrow \mathbb{P}^3$ заданное в однородных координатах $(t : s : r) \rightarrow ((x : y : z : w) = (ts : tr : sr : r^2))$.

2. Докажите что F не продолжается в выколотые точки $(1 : 0 : 0), (0 : 1 : 0)$ но продолжается в раздутие \mathbb{P}^2 в этих точках.

3. Докажите что F стягивает в точку прямую, соединяющие точки $(1 : 0 : 0), (0 : 1 : 0)$.

Рассмотрим отображение G проколотой квадрики $\{xw - yz\} \setminus (1 : 0 : 0 : 0) \subset \mathbb{P}^3$ в \mathbb{P}^2 заданное как ограничение на квадратiku отображения $((x : y : z : w) \rightarrow (t : s : r) = (y : z : w))$

4. Докажите что G не продолжается в выколотую точку $(1 : 0 : 0 : 0)$ но продолжается в раздутие квадрики в этой точке и стягивает прямые $(p : 0 : q : 0)$ и $(p : q : 0 : 0)$.

5. Докажите что F и G взаимнообратны.

6. Рассмотрим "отображение" $\mathfrak{C} : \mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$ заданное как $(x : y : z) \rightarrow (yz : xz : xy)$. Найдите точки, в которых это отображение не определено, и докажите что \mathfrak{C} определено на раздутии в этих точках. Определите стягивающиеся прямые. Вычислите квадрат \mathfrak{C} .