

Алгебраическая геометрия модуль 2 занятие 1.

1. Найдите $\mathbb{C}[t]$ точку на а) параболе $y = x^2$ б) гиперboloиде вращения (Шуховская башня на Шабловке) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$.

2. Найдите $\mathbb{C}[t, s]$ точку на квадрике $x^2 + y^2 + z^2 - w^2 - r^2 = 1$.

Для набора многочленов $F_j(x_1, \dots, x_n)$ над \mathbb{C} будем обозначать через $\mathbb{C}(x_1 \cdots x_n | F_1 = 0, \dots, F_l = 0)$ поле, порожденное x_i удовлетворяющими условиям $F_j = 0 =$ поле частных кольца $\mathbb{C}[x_1 \cdots x_n]/(F_1, \dots, F_l)$.

3. а) Докажите что кольцо четных многочленов от двух переменных t и s изоморфно кольцу $\mathbb{C}[x, y, z]/(x^2 + y^2 = z^2)$.

б) Докажите что поле рациональных функций $\mathbb{C}(T)$ изоморфно полю $\mathbb{C}(X, Y | X^2 + Y^2 = 1)$. (Эти задачи вы решали!!)

4. Докажите что отображение $x_0 = YZ, x_\alpha = X^2 - 2e_\alpha XZ - (e_\alpha^2 - 2e_\beta e_\gamma)Z^2 (\beta \neq \alpha, \gamma \neq \alpha, (\beta \neq \gamma (\alpha = 1, 2, 3))$ задает изоморфизм $\mathbb{C}(X, Y, Z | Y^2 Z = (X - e_1 Z)(X - e_2 Z)(X - e_3 Z))$ и $\mathbb{C}(x_0, x_1, x_2, x_3 | x_\alpha^2 - x_\beta^2 = (e_\beta - e_\alpha)x_0^2$