

## Листок 5

Задачи 1–4 должны быть сданы к 10 декабря.

1. Решите уравнения:

$$(1) y = (y' - 1)e^{y'}$$

$$(2) x(1 + y'^2)^{3/2} = a$$

$$(3) y = 2xy' - 4y'^3$$

$$(4) y'^{2/5} - y^{2/5} = a^{2/5}$$

2. Найти кривую, у которой длина отрезка касательной, заключенной между осями координат, равна  $a$ .

3. Напишите дифференциальное уравнение касательных к гиперболе  $xy = 1$ . Найдите общее и особое решение полученного уравнения

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения. Найдите особые решения. Нарисуйте качественную картину интегральных кривых. Дайте геометрическую характеристику ветвей дискриминантной кривой.

$$(1) y'^2(2 - 3y)^2 = 4(1 - y)$$

$$(2) 2y(y' + 2) - xy'^2 = 0$$

5. Выпишите в квадратурах общее решение уравнения Лагранжа  $y = A(y')x + B(y')$ , где  $A(p)$  и  $B(p)$  - заданные функции, причем  $A(p) \neq 1$ .

6. Покажите, что всякое семейство прямых на плоскости, зависящее от одного параметра (кроме семейства параллельных прямых), описывается в общей точке некоторым уравнением Клеро  $y = y'x + \varphi(y')$

7. Найдите кривую, у которой касательная образует на осях отрезки, сумма которых равна  $2a$ .

8. Найти кривую, касательные к которой образуют с осями треугольники одинаковой площади  $2a^2$ .

9. Найдите кривую, проходящую через начало координат и такую, что отрезок нормали к ней, отсекаемый сторонами первого координатного угла, имеет постоянную длину, равную  $2a$ .