

Вопросы к коллоквиуму

- 1) Нормы на векторном пространстве, эквивалентные нормы. Примеры норм на \mathbb{R}^n и \mathbb{C}^n .
- 2) Непрерывность функции по Гейне и Коши, их эквивалентность для функций одной и многих переменных.
- 3) Предел функции, арифметика пределов. Предел композиции.
- 4) Открытые и замкнутые множества в \mathbb{R}^n и подмножества в $D \subset \mathbb{R}^n$. Дополнение к открытым и замкнутым множествам и подмножествам. Непрерывность в терминах открытых множеств.
- 5) Связные множества. Связность промежутков в \mathbb{R} . Связность непрерывного образа связного множества. Теорема о промежуточном значении.
- 6) Монотонные функции одной переменной. Критерий непрерывности. Существование обратной функции.
- 7) Компактность множества по Гейне (метрическая) и Коши (топологическая). Следствие метрической компактности из топологической. Компактность непрерывного образа компактного множества. Теорема о максимальном и минимальном значении.
- 8) Критерий компактности подмножества \mathbb{R}^n , следствие топологической компактности из метрической.
- 9) Норма в \mathbb{R}^n как непрерывная функция. Эквивалентность произвольных норм в \mathbb{R}^n .
- 10) Множества функций $O(f)$ и $o(f)$, их свойства.
- 11) Дифференцируемость функции одной и многих переменных. Производная и дифференциал. Дифференцирование суммы, произведения и композиции функций.
- 12) Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
- 13) Частные производные, матрица Якоби. Достаточное условие дифференцируемости.
- 14) Теорема о неявной функции.
- 15) Производная неявной функции. Теорема об обратной функции.
- 16) Необходимое и достаточное условие монотонности функции одной переменной. Выпуклость функции одной переменной, связь с монотонностью производной.
- 17) Правила Лопиталю для вычисления предела отношения функций одной переменной.
- 18) Ряд Тейлора функции одной переменной, формула Тейлора в форме Пеано.
- 19) Формула Тейлора функции одной переменной в форме Коши и Лагранжа.
- 20) Степенные ряды одной переменной. Радиус сходимости.
- 21) Дифференцируемость степенного ряда одной переменной во внутренних точках области сходимости.
- 22) Частные производные как коммутирующие операторы. Высшие дифференциалы.
- 23) Формулы Тейлора для функций многих переменных.