K1. Найдите спектр оператора $T\colon \ell^2(\mathbb{Z}) \to \ell^2(\mathbb{Z})$, действующего по формуле

$$(Tx)_n = x_{n-1} + x_{n+1} \quad (x \in \ell^2(\mathbb{Z}),\ n \in \mathbb{Z}).$$

Указание: можно воспользоваться тем, что система функций $e_n(z) = z^n$ $(n \in \mathbb{Z})$ тотальна в $L^2(\mathbb{T})$.

K2. Найдите спектр оператора $T\colon \ell^2(\mathbb{Z}) \to \ell^2(\mathbb{Z})$, действующего по формуле

$$(Tx)_n = x_{n-2} + x_n \quad (x \in \ell^2(\mathbb{Z}),\ n \in \mathbb{Z}).$$

Указание: можно воспользоваться тем, что система функций $e_n(z) = z^n$ $(n \in \mathbb{Z})$ тотальна в $L^2(\mathbb{T})$.

K3. Найдите спектр оператора $T\colon L^2[-\pi,\pi] \to L^2[-\pi,\pi]$, действующего по формуле

$$(Tf)(t) = \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2(t-s) f(s)\, ds.$$

Указание: можно воспользоваться тем, что система функций $e_n(t) = (1/\sqrt{2\pi})e^{int}$ $(n \in \mathbb{Z})$ тотальна в $L^2[-\pi,\pi]$.

K4. Найдите спектр оператора $T\colon L^2[-\pi,\pi] \to L^2[-\pi,\pi]$, действующего по формуле

$$(Tf)(t) = \int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos(t-s)) f(s)\, ds.$$

Указание: можно воспользоваться тем, что система функций $e_n(t) = (1/\sqrt{2\pi})e^{int}$ $(n \in \mathbb{Z})$ тотальна в $L^2[-\pi,\pi]$.