

- 1◊1. Во всяком ли конечномерном представлении конечной группы G над полем \mathbb{R} можно ввести G -инвариантную евклидову структуру?
- 1◊2. Обозначим через U и W пространства комплекснозначных функций на множестве вершин и на множестве граней октаэдра соответственно. Найдите размерность пространства линейных отображений из U в W , перестановочных с действием полной группы октаэдра.
- 1◊3. Обозначим через V трёхмерное представление симметрической группы S_4 вращениями куба. Разложите S^2V на неприводимые представления.
- 1◊4. Вычислите характер представления V группы A_5 , индуцированного одномерным представлением циклической подгруппы, порождённой циклом длины 5, в котором этот цикл действует умножением на $e^{2\pi i/5}$. Выясните, приводимо ли представление V .

СоруLeft: «Вышкинская Алгебра» & *Alg*

- 2◊1. Известен характер χ комплексного представления конечной группы G на пространстве V . Рассмотрим действие G на пространстве $W = S^3V$, заданное на разложимых тензорах правилом $g(u \cdot v \cdot w) = g(u) \cdot g(v) \cdot g(w)$. Выразите значение характера этого представления на элементе $g \in G$ через $\chi(g)$, $\chi(g^2)$ и $\chi(g^3)$.
- 2◊2. Обозначим через W пространство комплекснозначных функций на множестве рёбер правильного тетраэдра. Оператор $F : W \rightarrow W$ переводит функцию $\varphi \in W$ в функцию, значение которой на ребре ℓ равно сумме значений φ на четырёх рёбрах, имеющих с ℓ общую вершину, минус значение φ на противоположном к ℓ ребре. Найдите ЖНФ оператора F .
- 2◊3. Вычислите характер представления V группы S_4 , индуцированного одномерным комплексным представлением подгруппы, порождённой циклом длины 4, в котором этот цикл действует умножением на $i = \sqrt{-1} \in \mathbb{C}$.
- 2◊4. Обозначим через V пятимерное неприводимое представление знакопеременной группы A_5 . Разложите Λ^2V на неприводимые представления.