

1. Вычислите (через Γ -функцию) $\prod_{n=1}^{\infty} \frac{n(a+b+n)}{(a+n)(b+n)}$.
2. Вычислите интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^2 - a^2 \sin x}{x^2 + a^2} \frac{\sin x}{x} dx$, $a > 0$.
3. Вычислите бесконечную сумму (через синус и тангенс) $\sum_{-\infty < n < \infty} \frac{(-1)^n}{(z-n)^2}$.
4. Вычислите бесконечное произведение (через экспоненты z и a) $e^{\frac{z+a}{2}} \cdot (z-a) \cdot \prod_{n=1}^{\infty} \left[1 + \left(\frac{z-a}{2\pi n} \right)^2 \right]$.
5. Найдите функцию, задающую изоморфизм внутренней области эллипса $4x^2 + 5y^2 = 20$ с разрезом между 1 и -1 (фокусами) на внутренность кольца $1 < |w| < A$ (и заодно найдите A).
6. Найдите функцию, задающую изоморфизм полуплоскости $\text{Im } z > 0$ на плоскость с вертикальными разрезами от точек $w = n\pi$ вниз до бесконечности.