

Второй весенний зачет по топологии

Задача 1. Тор T^2 расположен в трехмерном пространстве так как показано на рисунке. Рассмотрим множества X_i ($i \in \{0, 1, \dots, 4\}$), такие что значение выделенной координаты не превышает a_i . Пусть $X_5 = T^2$.

Для всех пар $i > j$ подсчитайте гомологии $H_k(X_i, X_j)$ ($k = 0, 1, 2$). Найдите $E_{p,q}^r$ ($r \geq 1$) для спектральной последовательности, связанной с фильтрацией множествами X_i .

Задача 2. Отождествим пространство \mathbb{R}^k с пространством всех многочленов степени k со старшим коэффициентом единица. Рассмотрим отображение $\varphi_{k,l}: \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^{k+l}$, переводящее пару многочленов в их произведение. Найти какое-нибудь регулярное значение для отображения $\varphi_{2,2}$ и вычислить определитель матрицы Якоби для каждого прообраза этого значения.

Задача 3. Вычислить гомологию классифицирующего пространства группы кватернионов длины 1.

Задача 4. Рассмотрим расслоение пространства ортонормированных ориентированных реперов в \mathbb{R}^4 над пространством пар ортогональных векторов единичной длины — репер проецируется в первые два вектора. Есть ли у этого расслоения сечение?

