

Вопросы к коллоквиуму по группам и алгебрам Ли, 26.04.2011

1. Определение и примеры алгебр Ли. Классификация комплексных алгебр Ли размерности не выше 3.
2. Представления алгебр Ли. Инвариантные формы и полная приводимость. Форма Киллинга.
3. Универсальная обертывающая алгебра. Теорема Пуанкаре–Биркгофа–Витта.
4. Классификация неприводимых конечномерных представлений алгебры Ли $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.
5. Оператор Казимира и полная приводимость конечномерных представлений алгебры Ли $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.
6. Определение и примеры групп Ли. Классификация одномерных групп Ли и гомоморфизмов между ними. Односвязная накрывающая группы Ли.
7. Функтор Lie: эквивалентность нескольких определений.
8. Представления группы SU_2 . Накрытие $SU_2 \rightarrow SO_3(\mathbb{R})$.
9. Инвариантная мера на группе Ли. Полная приводимость конечномерных представлений компактных групп Ли.
10. Экспоненциальное отображение. Фунториальность экспоненциального отображения.
11. Теорема существования и единственности гомоморфизма односвязных групп Ли для данного гомоморфизма соответствующих алгебр Ли. Интегрируемость конечномерных представлений алгебр Ли.
12. Виртуальные подгруппы Ли. Теорема существования (б/док) и единственности односвязной группы Ли с данной алгеброй Ли.