

**Экзамен по комплексному анализу, 26 июня 2011**

1. Вычислите  $L$ -функцию Гекке  $L_{G_{2k}}(s)$  ряда Эйзенштейна  $G_{2k}(s)$  (через дзета-функцию Римана).
2. Вычислите первые четыре ненулевых члена ряда Фурье по  $\mathfrak{q} = \exp(\pi i \tau)$  функции  $\theta_{00}^4(0, \tau)/\theta_{01}^4(0, \tau)$ .
3. Вычислите преобразование Фурье функции  $f(x) = (\sin ax \sin bx)/x^2$  при  $0 \leq a \leq b$ .
4. Вычислите последние 27 цифр числа  $9^3 \cdot 99^3 \cdot 999^3 \cdots (10^{26} - 1)^3$ .
5. Пусть  $(\mathbb{P}^1, x) \rightarrow (\mathbb{P}^1, z)$  накрытие Галуа с группой Галуа  $\mathfrak{A}_5$ , ветвящееся над точками  $z = 0, 1, \infty$  с индексами ветвления 3, 2, 5. Найдите первые три (ненулевые) члена ряда  $x = c_{1/3}z^{1/3} + \dots$ , выражающего ветвь (многозначной) функции  $x(z)$  в окрестности нуля.
6. Выразите  $j(\tau)$  через  $\lambda(\tau) = -\theta_{10}^4(0, \tau)/\theta_{01}^4(0, \tau)$ .