

Задание 3 по курсу "Алгебра 2"1 модуль

1. Докажите что каждое поле характеристики p содержит поле \mathbb{F}_p вычетов по модулю p .
2. (Гомоморфизм Фробениуса) Докажите что в характеристике p отображение $x \rightarrow x^p$ является кольцевым.
3. Докажите что неподвижными элементами относительно гомоморфизма Фробениуса является только \mathbb{F}_p .
4. Найдите все корни уравнения $x^p - x = 0$.
5. Что можно сказать про разность двух корней уравнения Артина-Шраера $x^p - x = a$?
6. Пусть $a \in k \setminus \wp(k)$, $\wp(x) = x^p - x$. Докажите что уравнение $x^p - x - a$ неприводимо.
7. Найдите группу Галуа этого уравнения
8. Циклического расширения степени p в характеристике p получается присоединением корня уравнения Артина-Шраера. Подсказка: Исследуйте выражение $0 \times \theta + 1 \times \sigma(\theta) + 2 \times \sigma^2(\theta) + \dots + (p-1) \times \sigma^{p-1}(\theta)$, где σ - образующая группы Галуа.