Теория Галуа

М. Ровинский

Годовой спецкурс

Весьма общая идея (относящаяся не только к математике) состоит в том, что свойства достаточно симметричной «системы» определяются её группой «симметрий».

Теория Галуа рассматривает в качестве «системы» полиномиальные уравнения (уравнения вида $P(x) = 0$ для некоторого многочлена $P(x)$), а в качестве симметрий – перестановки множества решений, сохраняющие соотношения между решениями. Эта теория во многом мотивирована теоремой Абеля о неразрешимости в радикалах общего уравнения пятой степени.

Я собираюсь обсудить основные понятия и результаты теории Галуа, а также их приложения к (а) разрешимости полиномиальных уравнений в радикалах, (б) построениям с помощью циркуля и линейки.

Аналогично, можно изучать разрешимость «в квадратурах» дифференциальных уравнений. Этим вопросом мотивирована дифференциальная теории Галуа, которая будет предметом курса во втором семестре.

Степень элементарности зависит от уровня потенциальных слушателей, но знакомство с группами желательно. Полезно, но совсем не обязательно, иметь некоторое представление о проективном пространстве.