

## Задачи 2

А) Найти решение задачи Больца или показать, что оно не существует

- 1)  $\int_0^1 (\dot{x}^2 - x) dt - \frac{x^2(1)}{2} \rightarrow extr$
- 2)  $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt - 2x(1) \operatorname{sh}(1) \rightarrow extr$
- 3)  $\int_0^{\pi/2} (\dot{x}^2 - x^2) dt + x^2(0) - x^2(\frac{\pi}{2}) + 4x(\frac{\pi}{2}) \rightarrow extr$
- 4)  $\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt - 2x(1) + x^2(2) \rightarrow extr$

В) Решить конечномерные задачи методом множителей Лагранжа

5) Среди дискретных случайных величин с  $n$  значениями найти случайную величину  $\xi$  с наибольшей энтропией  $H(\xi) = \mathbb{E} \ln \frac{1}{\xi} = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{1}{p_i}$ .

6) Найдите максимальный возможный объём прямоугольной коробки, изготовленной из листа картона площади  $S$ .

7) Доказать неравенство (Гельдера)

$$\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i|^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad 0 < p \leq q \leq \infty.$$

8) Завод собирает пылесосы Miele из китайских и немецких деталей. Число  $W$  собранных пылесосов задаётся функцией

$$W = 10a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{4}},$$

где  $a$  и  $b$  число комплектов китайских и немецких деталей, соответственно. Предположим, что комплект китайских деталей стоит 25\$, а комплект немецких деталей стоит 50\$. Найдите максимальное число пылесосов, которые можно собрать, если на комплекты деталей разрешается потратить не более 150\$.

С) Выписать уравнения Эйлера-Лагранжа и найти решение экстремальных задач. Доказать, что полученное решение действительно является экстремумом.

- 9)  $\int_0^\pi ((x'')^2 - x^2) \rightarrow extr, x(0) = 0, x'(0) = 1, x(\pi) = 0, x'(\pi) = -1$ .
- 10)  $\int_1^e (t+1)t(x'')^2 dt, x(1) = 0, x'(1) = 1, x(e) = e, x'(e) = 2$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] "Оптимальное управление", Галеев, Зеликин, Конягин и др.
- [2] "Теория экстремальных задач", Тихомиров, Иоффе
- [3] "Оптимальное управление", Алексеев, Тихомиров, Фомин.
- [4] "Сборник задач по оптимизации", Алексеев, Галеев, Тихомиров.