

Листок 4 Алгебра 2 1 Модуль

Напомним что композит (K_1, K_2) двух промежуточных полей K_1 и K_2 , $k \subset K_i \subset \Omega$ – это поле, порожденное $K_1 \cup K_2$ над k .

1. Выразите композит через K_1 и примитивный элемент K_2 над k . **2.** Пусть K_2 нормально над k . Что можно сказать о композите (K_1, K_2) над K_1 ?

3. Свяжите группу Галуа $\text{Gal}(\Omega : (K_1, K_2))$ с группами $\text{Gal}(\Omega : K_1)$ и $\text{Gal}(\Omega : K_2)$.

4. В предположениях задачи 2 что можно сказать о группе Галуа $\text{Gal}((K_1, K_2) : K_1)$?

5. Свяжите группу Галуа $\text{Gal}(\Omega : K_1 \cap K_2)$ с группами $\text{Gal}(\Omega : K_1)$ и $\text{Gal}(\Omega : K_2)$.

6. Найдите группу Галуа уравнения $x^5 - 7$ над \mathbb{Q} .

7*. Постройте нормальное расширение \mathbb{Q} степени 3.

8*.** Докажите, что уравнение $x^5 - 5x^3 - 5x^2 + 6x + 6$ не разрешимо в радикалах.