

Листок 6 Алгебра 2 2 Модуль

Последующий цикл задач суть решение задачи 8. Рекомендую решать по порядку. Символ  $p$  ( и с индексами) означает простое число.

1. Докажите что группа порядка  $p^n$  не проста. Подсказка у нее нетривиальный центр.

2. Докажите что группы порядка а)56, б)30 не просты.

Пусть  $G$  – группа порядка  $Np^k$ ,  $(N, p) = 1$ . Напомним, что число силовских  $p$ -подгрупп делит  $N$ .

3. Докажите что группа порядка  $np^k$ ,  $n < p$  не проста.

4. Докажите что группы порядка а)40, б)45 не просты.

5. Пусть  $G$  – группа порядка  $Np^k$ ,  $k > 0$ . Пусть  $H$  – подгруппа порядка  $p^j$ ,  $j < k$ . Докажите что число силовских  $p$ -подгрупп, содержащих  $H$  сравнимо с 1 по модулю  $p$ .

6. Докажите что группа порядка  $2^k \times 3$  не проста.

7. Докажите что группа порядка 36 не проста.

8. Перечислите все простые группы порядка  $< 60$ .