Листок 7 Алгебра 2 2 Модуль

1. Докажите что подгруппа индекса 2 нормальна.

2. Пусть G – группа, H – подгруппа а N – нормальная подгруппа G. Докажите что HN- подгруппа G, $H \cap N$ – нормальная подгруппа H и $HN/N \cong H/(H \cap N)$.

3.Пусть G – группа, H и N – нормальные подгруппы G и G/N -проста, а $H \not\subseteq N$. Докажите что $G/N \cong H/(H \cap N)$.

4.Пусть G – группа, N – нормальная подгруппа G. Положим $\overline{G} = G/N$, $\phi : G \to \overline{G}$ – естественное отображение. Пусть $\overline{H}$ – нормальная подгруппа в $\overline{G}$. Положим $H = \phi^{-1}(\overline{H})$ – ϕ-прообраз $\overline{H}$. Докажите что H – нормальная подгруппа и $G/H = \overline{G}/\overline{H}$

5. Постройте неабелеву группу порядка n^3 для любого $n > 1$.

6. Найдите группу симметрий группы $\mathbb{Z}/p$ (p – простое) как группы.

7. Докажите что группа порядка p_1p_2, где $p_1 < p_2$ – простые, абелева если p_1 не делит $p_2 - 1$.

8. Докажите что существует неабелева группа порядка p_1p_2, где $p_1 < p_2$ – простые, если p_1 делит $p_2 - 1$.