

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ЗАДАЧИ 5.

Задача 1. Решите следующие уравнения:

а)  $y'' + y = \sin(x)$ ;

б)  $y'' - y = xe^{2x}$ ;

в)  $y'' - 2y' + 5y = e^x$ ;

г)  $y'' - 2y' + y = e^x \cos(x)$ .

Задача 2. Найдите решение  $\varphi(t)$  уравнения  $y''' - y'' + y' - y = 0$ , удовлетворяющее условиям  $\varphi'(0) = \varphi(0) = 1, \varphi''(0) = 0$ .

Задача 3. При каких  $a, b$  все решения уравнения  $y'' + ay' + by = 0$  ограничены на всей оси?

Задача 4. Запишите уравнение  $y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_0y = 0$  в виде линейной системы дифференциальных уравнений. Найдите характеристический многочлен матрицы этой системы.

Задача 5. Найдите линейное дифференциальное уравнение наименьшего порядка, решениями которого являются функции  $x \cos(x), e^x$ .

Задача 6. Нарисовать проходящую через точку  $(1, 0, 0)$  фазовую кривую системы уравнений

$$\dot{x} = x - y - z, \dot{y} = x + y, \dot{z} = 3x + z.$$

Задача 7. а) Решите дифференциальное уравнение  $\dot{X} = AX$  ( $A$  - некоторая фиксированная матрица) с начальным условием  $X(0) = X_0$  на пространстве матриц размера  $n \times n$ ;

б) Тот же вопрос для  $\dot{X} = XA$ .