

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ЗАДАЧИ 5.

Задача 1. Решите следующие уравнения:

а) $y'' + y = \sin(x)$;

б) $y'' - y = xe^{2x}$;

в) $y'' - 2y' + 5y = e^x$;

г) $y'' - 2y' + y = e^x \cos(x)$.

Задача 2. Найдите решение $\varphi(t)$ уравнения $y''' - y'' + y' - y = 0$, удовлетворяющее условиям $\varphi'(0) = \varphi(0) = 1, \varphi''(0) = 0$.

Задача 3. При каких a, b все решения уравнения $y'' + ay' + by = 0$ ограничены на всей оси?

Задача 4. Запишите уравнение $y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_0y = 0$ в виде линейной системы дифференциальных уравнений. Найдите характеристический многочлен матрицы этой системы.

Задача 5. Найдите линейное дифференциальное уравнение наименьшего порядка, решениями которого являются функции $x \cos(x), e^x$.

Задача 6. Нарисовать проходящую через точку $(1, 0, 0)$ фазовую кривую системы уравнений

$$\dot{x} = x - y - z, \dot{y} = x + y, \dot{z} = 3x + z.$$

Задача 7. а) Решите дифференциальное уравнение $\dot{X} = AX$ (A - некоторая фиксированная матрица) с начальным условием $X(0) = X_0$ на пространстве матриц размера $n \times n$;

б) Тот же вопрос для $\dot{X} = XA$.