

Программа курса

I. Функциональные пространства

- 1) Метрические пространства. Топология метрического пространства. Полные метрические пространства, теорема о пополнении.
- 2) Функциональные последовательности, равномерная сходимость. Непрерывность и предел в точке для предела функциональной последовательности (перестановка пределов). Предельный переход под знаком интеграла и производной. Равномерная метрика на пространствах непрерывных и дифференцируемых функций, полнота этих пространств.
- 3) Компактность метрических пространств. Вполне ограниченность, критерий компактности. Теорема Арцела. Банаховы пространства, некомпактность единичного шара.
- 4) Ряды Фурье для периодических функций. Поточечная сходимость ряда Фурье дифференцируемой функции. Поточечная сходимость последовательности Фейера ряда Фурье непрерывной функции. Равномерное приближение функций на отрезке тригонометрическими и обычными многочленами.
- 5) Измеримые функции на отрезке. Теорема Егорова. Интеграл Лебега. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
- 6) Переход к пределу под знаком интеграла Лебега: теоремы Лебега, Леви и Фату.
- 7) Пространства L_1 и L_2 , их полнота. Плотность подпространства непрерывных функций.
- 8) Сходимость ряда Фурье в среднем, равенство Парсеваля, изоморфизм пространств L_2 и l_2 .

II. Многообразия

- 1) Гладкие многообразия в \mathbb{R}^n , задание многообразий функциями переклейки. Определение касательного пространства через классы кривых и образ дифференциала, их эквивалентность. Отображения многообразий, дифференциал отображения.
- 2) Многообразия в \mathbb{R}^n , заданные системами уравнений. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа, необходимые и достаточные условия условного локального экстремума.
- 3) Дифференциальные формы на многообразиях, внешнее умножение и обратный образ формы. Векторные поля на многообразиях. Свёртка векторного поля и формы. Производная Ли.
- 4) Дифференциал формы. Формула Картана. Лемма Пуанкаре для \mathbb{R}^n .
- 5) Ориентированные многообразия. Интеграл дифференциальной формы. Форма объёма для ориентированного многообразия в \mathbb{R}^n .
- 6) Многообразия с краем. Формула Стокса.