

Избранные главы дискретной математики.

Осень 2011.

- 1) Булевы функции.
- 2) Теорема Поста.
- 3) Мультипликативная группа конечного поля и сдвиговый регистр.
- 4) Алгоритм Форда-Фалкерсона.
- 5) Теоремы Менгера.
- 6) Паросочетания и теорема Холла.
- 7) Задача об оптимальном назначении.
- 8) Решетки целочисленных циклов и целочисленных разрезов графа. Теорема Кирхгофа.
- 9) Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.
- 10) Производящие функции графов.

Задачи к экзамену. Просьба приходить на экзамен с подробно записанными решениями этих задач — мы их обсудим во время экзамена.

Каждому желающему сдать экзамен предлагается сгенерировать 25 неотрицательных целых чисел по следующему правилу: выписать подряд без пробелов свою фамилию, имя и отчество, дополнив при необходимости полученную последовательность до 25 букв русского алфавита любым другим осмысленным словом, и положить a_k равным порядковому номеру k -ой буквы полученной последовательности в алфавите. Затем надо сформировать последовательность b_m из 32 нулей и единиц, взяв в качестве $b_{4k-3}, b_{4k-2}, b_{4k-1}, b_{4k}$ правые четыре знака двоичной записи числа a_k , $k = 1, 2, \dots, 8$.

Задача 1. Булевы функции f и g от четырех переменных определяются тем, что последовательностями их значений (при лексикографическом упорядочении вершин булева куба) являются, соответственно, последовательности b_1, b_2, \dots, b_{16} и $b_{17}, b_{18}, \dots, b_{32}$. Найдите сокращенную и все тупиковые ДНФ для функций f , g и $f \vee g$. (Используйте карты Карно.)

Задача 2. Из четырех функций $h_1(x, y, z) = f(0, x, y, z)$, $h_2(x, y, z) = f(1, x, y, z)$, $h_3(x, y, z) = g(0, x, y, z)$, $h_4(x, y, z) = g(1, x, y, z)$ выберите минимальную полную систему функций. Выразите через функции этой полной системы функции $0, 1, \bar{x}, xy, x \vee y, x + y$. Если система функций $\{h_1, h_2, h_3, h_4\}$ не полна, расширьте ее, функциями трех переменных, полученными из f и g подстановкой констант вместо какого-нибудь аргумента, отличного от первого.

Задача 3. Продемонстрируйте работу алгоритма поиска оптимального назначения для двудольного графа, матрица эффективности которого c_{ij} задается тем, что $c_{ij} = a_{5i+j-5}$, $i, j = 1, \dots, 5$.