

Домашнее задание 3 Алгебра 2 3 Модуль

Рассмотрим отображение  $SU_2 \rightarrow SO_3(\mathbb{R})$ , определенное действием сопряжением на бесследовых антиэрмитовых матрицах  $M, \overline{M}^t = -M$ , снабженных квадратичной формой детерминант матрицы

1. Найдите

$$\exp \begin{pmatrix} ia & b + ic \\ -b + ic & -ia \end{pmatrix}$$

2. Найдите действие этого оператора сопряжением на

$$\begin{pmatrix} ix & y + iz \\ -y + iz & -ix \end{pmatrix}$$

3. Докажите что отображение  $SU_2 \rightarrow SO_3(\mathbb{R})$  сюръективно

4. Докажите, что ядро этого отображения суть  $-1$

Рассмотрим отображение  $SL_2(\mathbb{C}) \rightarrow SO_{(3,1)}(\mathbb{R})$ , определенное действием  $M \rightarrow \overline{g}^t M g$  на антиэрмитовых матрицах  $M, \overline{M}^t = -M$ , снабженных квадратичной формой детерминант матрицы

5. Найдите

$$\exp \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$$

и результат действия по правилу  $M \rightarrow \overline{g}^t M g$  на

$$\begin{pmatrix} ix + it & y + iz \\ -y + iz & -ix + it \end{pmatrix}$$

6. Докажите что отображение  $SL_2(\mathbb{C}) \rightarrow SO_{(3,1)}(\mathbb{R})$  сюръективно

7. Докажите, что ядро этого отображения суть  $-1$

8. Докажите что для бесследовой матрицы  $M @ \times 2 M^2 = \det M$