13.1. Напишите разложение Тейлора функции f в окрестности точки P до членов n-го порядка включительно с остаточным членом в форме Пеано (т.е. в форме $o(|h|^n)$ при $h \to 0$):
1)$^{\text{O}}$ $f(x,y,z) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5,\ P = (1,-2),\ n = \infty$;
2)$^{\text{O}}$ $f(x,y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ P = (0,0),\ n = 4$;
3) $f(x,y) = x^y,\ P = (1,1),\ n = 2$.

13.2. Даны функции: **1)**$^{\text{O}}$ $f(x,y) = -y^2 + x^2 - x^4$; **2)**$^{\text{O}}$ $f(x,y) = \cos x - y^2$. Нарисуйте их линии уровня (т.е. множества $\{(x,y) : f(x,y) = c\}$). Попробуйте нарисовать (или хотя бы представить) их графики. Найдите их экстремумы.

13.3. Пусть f — гладкая функция на $\mathbb{R}^2$, и пусть ее ограничение на любую прямую, проходящую через $x_0 \in \mathbb{R}^2$, имеет максимум в x_0. Верно ли, что x_0 — точка максимума функции f?

13.4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на указанных множествах:
1)$^{\text{O}}$ $f(x,y) = x^3 + 3y^2 - 3xy,\quad x \in [0,2],\ y \in [0,1]$;
2) $f(x,y) = (x - y^2)\sqrt[3]{(1-x)^2},\quad y^2 \leqslant x \leqslant 2$.

13.5 (*задача Гюйгенса*)**.** Известно (легко выводится из законов сохранения энергии и импульса), что при соударении шара массы M, имеющего скорость v_0, и неподвижного шара массы m последний приобретает скорость $\dfrac{2Mv_0}{m+M}$. **1)** При заданных M, m и v_0 подберите массы $m_1, \ldots, m_n$ промежуточных шаров (см. рис.) так чтобы скорость последнего шара оказалась максимальной. **2)** Что произойдет при $n \to \infty$?