

## Логика и алгоритмы-2012. Дополнительные задачи

201. Постройте 3-элементное множество  $X$ , такое что  $\cup X \subset X$ .

202. Докажите равенство  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ ,

203. Существуют ли такие множества  $A, B, C$ , что  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $A \cap C = (A \cap B) \setminus C = \emptyset$ ?

204. Докажите следующие равенства:

а)  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ ,

б)  $(E \times E) \setminus (A \times B) = ((E \setminus A) \times E) \cup (E \times (E \setminus B))$  (для  $A, B \subset E$ ).

205. Даны непустые множества  $A, B$ , такие что  $A \times B = B \times A$ . Докажите, что  $A = B$ .

206. Докажите, что композиция функций сохраняет инъективность и сюръективность.

207. Постройте инъективное отображение множества  $X$  в себя, которое не является биекцией, для случаев:

а)  $X = \mathbf{N}$ ,      б)  $X = \mathbf{R}_+$  (множество положительных действительных чисел),

в)  $X = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x^2 + y^2 = 1 \}$ .

208. Даны конечные множества  $A$  и  $B$  из  $n$  и  $2$  элементов, соответственно.

Найдите количество сюръекций из  $A$  на  $B$ .

209. Какие из следующих отношений являются отношениями эквивалентности?

а)  $\{ \langle x, y \rangle \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} \mid 10(x-y) \in \mathbf{Z} \}$ ,

б)  $\{ \langle \langle x, y \rangle, \langle z, t \rangle \rangle \in (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \times (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \mid x+t = y+z \}$ ,

в) отношение параллельности на множестве всех прямых в трехмерном пространстве,

г)  $\{ \langle x, y \rangle \in (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \mid x \text{ и } y \text{ взаимно просты} \}$ ,

д)  $\{ \langle A, B \rangle \in (\mathcal{P}(\{1,2,3\}) \times \mathcal{P}(\{1,2,3\})) \mid A \cap B = \emptyset \}$ ,

е)  $\{ \langle x, y \rangle \in (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \mid x^2 + y^2 \text{ четно} \}$ .

210. Пусть  $R$  - отношение на множестве  $A$ , которое симметрично, транзитивно, а также удовлетворяет условию  $\forall x \in A \exists x \in A xRy$ . Докажите, что  $R$  - отношение эквивалентности.