

- В эксперименте пучок фотонов, каждый из которых находится в заданном состоянии поляризации, падает на поляризатор. Про состояние $|+\rangle$ известно, что интенсивности падающего и прошедшего через поляризатор потоков таких фотонов равны. В состоянии $|-\rangle$ ни один фотон не проходит через поляризатор.
Найти состояние $|X\rangle$ фотона, для потока которых интенсивность прошедшего через поляризатор света увеличивается вдвое; если поляризатор повернуть на угол $\pi/4$ как по часовой стрелке, так и против.
- Пусть в условиях предыдущей задачи поляризатор представляет собой прибор для измерения поляризации фотона. Такой прибор показывает «+1», если фотон прошел через поляризатор, и «-1», если нет.
Введем наблюдаемую – оператор поляризации фотона.
Определить действие этого оператора на состояние $|X\rangle$ и найти среднее значение и дисперсию поляризации, которые получаются при обработке показаний нашего прибора в эксперименте по измерению поляризации в состоянии $|X\rangle$.
- Пусть в момент времени $t=0$ замкнутая система находится в собственном состоянии гамильтониана с собственным значением энергии E_n . Используя то обстоятельство, что гамильтониан генерирует сдвиги состояния системы во времени, определить состояние системы в момент времени t .
Если в момент времени t провести измерение энергии системы, то чему будет равна вероятность обнаружить значение энергии E_m ?
- Найти произведение дисперсий координаты и импульса для собственных состояний гамильтониана гармонического осциллятора. Сравнить результат с соотношениями неопределенности Гайзенберга.
- Осциллятор с частотой ω находится в основном состоянии. Внезапно частота осциллятора изменилась и стала равна 2ω .
Найти вероятность перехода в n -ое возбужденное состояние.
- Рассмотрим гармонический осциллятор с гамильтонианом

$$H=P^2/2m+m\omega^2Q^2/2.$$

В момент времени $t=0$ состояние осциллятора имеет вид

$$|\Phi\rangle = |0\rangle + i|1\rangle,$$

где $|0\rangle$ и $|1\rangle$ – основное и первое возбужденное состояния осциллятора.
Найти состояние системы и средние значения координаты и импульса осциллятора в момент времени t .

7. Рассмотрим одномерное движение частицы в поле прямоугольной ямы ширины a и глубины U_0 .
 Найти энергетический спектр связанных состояний в следующих случаях:
 i). a – фиксировано, $U_0 \rightarrow \infty$;
 ii). a – фиксировано, $U_0 \rightarrow 0$;
 iii). $aU_0 = \kappa$ – фиксировано, $a \rightarrow 0$, $U_0 \rightarrow \infty$.

8. Рассмотрим одномерное движение частицы в поле δ -образного потенциала

$$U = -\kappa \delta(Q).$$

Найти энергетический спектр и собственные состояния гамильтониана в координатном и импульсном представлениях.
 Сравнить результат с пунктом iii) предыдущей задачи.

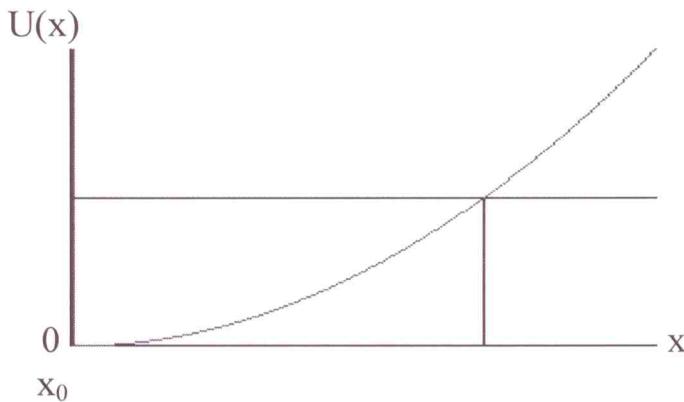
9. Каждая из двух очень тяжелых частиц массы M создает притягивающий δ -образный потенциал для третьей, легкой, частицы массы $m \ll M$. Таким образом, легкая частица движется в потенциале

$$U(q) = -\kappa \delta(q - Q_1) - \kappa \delta(q - Q_2),$$

где q – координата легкой частицы, Q_1, Q_2 – координаты тяжелых частиц.

Найти потенциал взаимодействия тяжелых частиц за счет обмена легкой на малых и больших расстояниях между тяжелыми частицами.
 Действие разворачивается в одномерии.

10. Показать, что для потенциала вида



условие квазиклассического квантования имеет вид

$$\int_0^{x_0} \sqrt{2m(E - U(x))} dx = \pi h \left(n + \frac{3}{4} \right).$$

11. Найти коэффициент отражения частицы с энергией $U_0/2$ от одномерного потенциала вида

$$U(x) = U_0 a^2 / (a^2 + x^2),$$

причем $U_0 \ll h^2/2ma^2$.

12. Показать, что в состоянии $|\Phi\rangle$ с определенным значением M_z ($M_z|\Phi\rangle = hm|\Phi\rangle$) средние значения M_x и M_y равны нулю.

13. Две одинаковые частицы с массой m , отталкиваясь по закону α/r_{12}^2 (r_{12} – расстояние между частицами), находятся в потенциале $U(r) = m\omega^2 r^2/2$.

Найти энергетический спектр системы.

14. Электрон движется в плоскости, перпендикулярно которой приложено магнитное поле. На большом расстоянии от плоскости находится положительно заряженная примесь. Найти низко возбужденные состояния электрона и условия применимости сделанных предположений.

15. Определить вероятность перехода в атоме водорода из основного состояния в ближайшее возбужденное при внезапном включении слабого электрического поля.

16. В модели атома водорода Томсона положительный заряд не точечный, а равномерно размазан по шару радиуса R_0 . Считая R_0 много больше

боловского радиуса, найти низко возбужденные состояния такого атома и сравнить их с истинными.

17. Найти в первом порядке теории возмущений вероятность ионизации в единицу времени из основного состояния частицы в одномерной δ -образной яме под действием однородного, периодического во времени электрического поля.

18. Сферические потенциальные яма и горб радиуса a , глубины и высоты U_0 , соответственно, расположены на расстоянии d друг от друга, причем прямая, соединяющая их центры, перпендикулярна направлению движения падающих частиц. Найти сечение рассеяния частиц на таком потенциале в борновском приближении. Подробно обсудить условия применимости полученных формул.

19. Незаряженная частица со спином $1/2$ и магнитным моментом μ движется в неоднородном магнитном поле $B = B_0(0, -y/a, 1+z/a)$ вдоль оси x . Определить изменение среднего значения координаты z частицы в зависимости от времени в двух случаях: в начальный момент времени проекция спина на ось z равна

i). $+1/2$,

ii). $-1/2$.

20. Гамильтониан двух частиц со спином $1/2$, помещенных в однородное постоянное магнитное поле B имеет следующий вид

$$H = JS_1S_2 + 2\mu B(S_1 + S_2),$$

здесь S_1, S_2 – операторы спинов первой и второй частицы, μ –

магнитный момент частиц, J – константа спин – спинового взаимодействия. Найти собственные состояния и собственные значения гамильтониана.

21. Быстрый нейтрон (скорость V) пролетает на прицельном расстоянии d от тяжелой магнитной примеси. Магнитный момент μ примеси направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через траекторию нейтрана и примесь. Найти вероятность переворота спина нейтрана, если в начальный момент этот спин был направлен вдоль скорости нейтрана.
22. Два нейтрана находятся в потенциале $U=m\omega^2 r^2/2$. Между ними существует спин – спиновое взаимодействие JS_1S_2 . Найти основное состояние системы.