

Механика и теория поля. Листок 2

1. Тележка катится по столу с постоянной скоростью v . По тележке в том же направлении катится вторая тележка со скоростью v относительно первой. По второй тележке катится третья с той же скоростью v относительно второй и так далее. Определите скорость n -й тележки.
2. Зеркало движется перпендикулярно своей плоскости с постоянной скоростью v . Какой угол с плоскостью зеркала образует отраженный луч света, если падающий луч направлен под углом θ к нормали зеркала?
3. Рассмотрим собственные преобразования Лоренца, затрагивающие только 2 из четырех координат пространства Минковского, допустим, x^α и x^β , $\alpha < \beta$. Такие преобразования образуют однопараметрическую подгруппу в группе Лоренца: $M^{\alpha\beta}(\theta) = \exp(\theta L^{\alpha\beta})$, где θ — вещественный параметр подгруппы, а 4×4 матрица $L^{\alpha\beta}$ — генератор подгруппы. В случае $\alpha = 0$, $\beta = i$, M^{0i} — Лоренцевы бусты вдоль i -й оси, в случае $\alpha = i$, $\beta = j$, M^{ij} — повороты в плоскости (x^i, x^j) . Определите вид матриц $L^{\alpha\beta}$ и выразите коммутаторы $[L^{\alpha\beta}, L^{\gamma\sigma}]$ в виде линейных комбинаций матриц L . Иными словами, постройте алгебру Ли, отвечающую группе Лоренца.
4. Доказать, что изолированный свободный электрон не может ни поглотить, ни испустить фотон.
5. Фотон частоты ν налетает на покоящийся электрон массы m и после столкновения движется под углом θ к направлению своего исходного импульса (явление Комптоновского рассеяния). Докажите, что частота ν' рассеянного фотона выражается формулой:

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta),$$

где c обозначает скорость света, а h — постоянная Планка, которая связывает энергию фотона E с его частотой квантовомеханической формулой $E = h\nu$.

6. Покоящийся нейтрон претерпевает так называемый β -распад, одним из продуктов которого является электрон. В системе покоя нейтрона направления вылета электрона равновероятны, а модуль скорости электрона равен v_0 . В эксперименте наблюдают β -распад нейтрона, который движется относительно лаборатории со скоростью u . Какие значения вектора импульса \vec{p} испущенного нейтроном электрона можно зарегистрировать в лаборатории? Имеются в виду модуль $|\vec{p}|$ и угол θ относительно направления полета нейтрона.