Динамические системы

1. Дифференциальные уравнения

(1) Дифференциальные уравнения и элементарные приемы их явного решения
- уравнения одной переменной: разделение переменных, полные дифференциалы
- однородные уравнения: замена переменных
- системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами: экспонента матрицы
- системы неоднородных линейных уравнений: вариация постоянных, квазимногочлены
- уравнения высшего порядка: сведение к системам уравнений первого порядка

(2) Векторные поля и их связь с дифференциальными уравнениями
- траектории векторных полей и решения дифференциальных уравнений
- фазовые портреты, понятие о качественном исследовании систем д. у.
- дифференцирование вдоль векторного поля, первый интеграл
- образ векторного поля при диффеоморфизме и замена переменных

(3) Поля направлений и уравнения в дифференциалах
- интегрирующий множитель, (x) теорема Дарбу

(4) Теоремы существования и единственности решений систем д. у.
- задача Коши и оператор Коши
- теоремы Пеано и Пикара-Линделефа, непрерывная зависимость от начальных условий
- гладкость зависимости от начальных решений, линеаризация
- (x) существование и единственность решений в формальных рядах
- продолжаемость решений

(5) Приложения теорем существования и единственности
- выпрямление векторных полей, векторные поля на компактных многообразиях
- системы линейных неавтономных уравнений: фундаментальная система решений, матрица перехода, формула Лиувилля, определитель Вронского
- (x) левоинвариантные поля, матричные группы и алгебры Ли
- особые решения д. у. и неявные д. у.
- семейства кривых на плоскости, их дифференциальные уравнения и огибающие, уравнение Клеро, эволюты, эвольвенты, каустики, кривизна, (x) репер Френе

(6) Особые точки векторных полей
- топологическая эквивалентность векторных полей, классификация Пуанкаре
- аналитическая эквивалентность, нормальные формы Пуанкаре-Дюлака
- устойчивость
- (x) раздутие в особой точке

(7) Дифференциальные уравнения в комплексной области
- Регулярные особые точки, гипергеометрическое д. у.

2. Введение в классическую механику

(1) Принципы относительности и детерминированности. Уравнения Ньютона. Потенциальное поле.
(2) Одномерное движение. Фазовый портрет. Малые колебания и движение по сепаратрисе.
(3) Изолированная система n точек. Законы сохранения энергии, импульса и кинетического момента.
(4) Система двух точек и движение в центральном поле. Задача Кеплера.
(5) Вариационная формулировка уравнений движения — принцип наименьшего действия и уравнения Эйлера–Лагранжа. Системы со связями. Принцип Даламбера.
(6) Уравнения Гамильтона. Циклические координаты. Теорема Эмми Нетер.
(7) Малые колебания системы с n степенями свободы.
(8) Движение твердого тела. Моменты инерции. Уравнения Эйлера.

3. Введение в анализ на многообразиях и дифференциальную геометрию

(1) Гладкие многообразия. Векторные поля и фазовые потоки. Касательное и кокасательное расслоения. Тензоры. Производная Ли.
(2) Дифференциальные формы. Внешнее дифференцирование. Комплекс де Рама. Лемма Пуанкаре.
(3) Интегрирование дифференциальных форм. Теорема Стокса. Когомологии де Рама.
(4) Теорема Сарда. Слабая теорема трансверсальности. Индекс пересечения. Степень отображения.
(5) Замкнутые подмногообразия в евклидовом пространстве. Римановы многообразия. Плоские и пространственные кривые. Кривизна и кручение. Формулы Френе.
(6) Поверхности в трехмерном пространстве. Первая и вторая квадратичные формы. Главные кривизны. Гауссова кривизна.
(7) Геодезические. Связность и кривизна на поверхности в трехмерном пространстве. Отображение Гаусса. Формула Гаусса–Бонне.