

ПРОГРАММА
курса «Введение в теорию вероятностей»
(1–2 модуль 2012/13 уч. г., лектор А. В. Клименко)

1. Элементарная теория вероятностей. Формулы полной вероятности, Байеса, включений-исключений. Независимость. Условная вероятность.
2. Аксиоматизация Колмогорова теории вероятностей.
3. Случайные величины.
4. Математическое ожидание случайной величины. Дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции.
5. Неравенство Чебышёва. Закон больших чисел.
6. Теоремы Муавра—Лапласа.
7. Виды сходимости последовательностей случайных величин: по распределению, по вероятности, почти наверное.
8. Неравенство Колмогорова. Усиленный закон больших чисел.
9. Характеристические функции. Связь моментов случайной величины и производных её характеристической функции.
10. Формула обращения. Теорема единственности. Связь сходимости по распределению и поточечной сходимости характеристических функций.
11. Центральная предельная теорема.
12. Марковские цепи. Стационарные распределения. Асимптотика распределений при $n \rightarrow \infty$ в зависимости от свойств соответствующей топологической марковской цепи.
13. Теорема Гливенко—Кантелли.
14. Оценивание параметров распределения. Несмещённость. Состоятельность. Сравнение различных оценок. Информационное неравенство Крамера—Рао.
15. Интервальное оценивание.
16. Проверка гипотез.

Теория вероятностей-2

А.В. Колесников

Курс посвящен теории случайных процессов с основным упором на диффузионные процессы и стохастический анализ. Часть наиболее технически сложного материала (уравнения Колмогорова, формула Фейнмана-Каца) планируется рассказать обзорно.

Дискретные марковские цепи. Классификация марковских цепей. Инвариантные распределения. Эргодичность. Пуассоновский процесс. Марковские цепи с непрерывным временем (обзорно).

Винеровский процесс. Краткое историческое введение. Слабая сходимость мер. Теоремы Колмогорова о существовании процесса и непрерывной модификации. Различные способы построения винеровского процесса. Марковские моменты. Марковские и мартингальные свойства винеровского процесса. Уравнение теплопроводности.

Общая теория мартингалов. Неравенства Дуба-Колмогорова. Сходимость мартингалов. Элементы теории стационарных процессов (обзорно).

Стохастическое интегрирование, формула Ито, стохастические дифференциальные уравнения. Решения стохастических уравнений методом Эйлера. Процесс Орнштейна-Уленбека. Марковские свойства диффузий. Уравнения Колмогорова. Формула Фейнмана-Каца.

Литература

1. А.Д. Вентцель. Курс теории случайных процессов. М.: Наука. Физматлит, 1996.
2. Б. Оксендаль, Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. Мир. 2004.
3. N.V. Krylov. Introduction to the theory of random processes. AMS Graduate Studies in Mathematics. Vol. 43. 2002.