

**Листок 1. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ И
ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ
УРЧП, 3-4 КУРС, 22.01.2013**

- 1◊1** Гибкая однородная нить длины l находится в вертикальном положении, верхний ее конец закреплен. Выведите уравнение малых поперечных колебаний нити.
- 1◊2** Выведите уравнение поперечных колебаний струны в среде, сопротивление которой пропорционально первой степени скорости.
- 1◊3** Выведите уравнение диффузии в неподвижной среде для вещества, частицы которого
- а)** распадаются со скоростью, пропорциональной концентрации;
 - б)** размножаются со скоростью, пропорциональной концентрации.
- 1◊4** Имеется однородный ненапряженный стержень длины l , расположенный вдоль оси Ox , так, что точки $x = 0$ и $x = l$ – левый и правый концы стержня. Рассмотрим продольные колебания стержня. Обозначим через $u(x, t)$ смещение точки x в момент времени t вдоль оси Ox . Выведите уравнение, описывающее поведение функции $u(x, t)$.
- 1◊5** Верны ли следующие утверждения: если уравнение

$$\sum_{i,j=1}^n a_{i,j}(x_1, \dots, x_n) u_{x_i} u_{x_j} = 0, \quad a_{i,j} \in C(\mathbb{R}^n),$$

гиперболическое (эллиптическое, параболическое) в точке, то оно является гиперболическим (соответственно эллиптическим, параболическим) также в некоторой окрестности этой точки?

- 1◊6 а)** Найдите все характеристики уравнения

$$u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y = 0.$$

б) Найдите его общее решение.

- 1◊7** Найдите общее решение уравнения

$$u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{xz} + u_{yy} + 2u_{yz} + u_{zz} - u = 0.$$