

Высшая школа экономики. Факультет математики

Итоговая государственная аттестация

Вопросы

1. Числовые последовательности, пределы, критерий Коши.
2. Предел функции, непрерывность, теорема о промежуточном значении непрерывной функции, равномерная непрерывность непрерывной функции на отрезке.
3. Сходимость числовых рядов — условная и абсолютная, признаки сходимости рядов. Степенные ряды, радиус сходимости.
4. Дифференцируемые функции одного переменного, теорема Лагранжа о конечном приращении.
5. Производная отображения из \mathbb{R}^m в \mathbb{R}^n , теорема о производной сложной функции.
6. Интегрирование функций одного переменного. Формула Ньютона-Лейбница и существование первообразной для непрерывной функции.
7. Формула Тейлора для функций одного и нескольких переменных. Формы остаточного члена. Ряд Тейлора.
8. Экстремумы функций одного и нескольких переменных, условные экстремумы, множители Лагранжа.
9. Интеграл в \mathbb{R}^n , сведение кратного интеграла к повторному.
10. Криволинейные и поверхностные интегралы. Вычисление длин кривых и площадей поверхностей. Формулы Грина, Гаусса–Остроградского и Стокса.
11. Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость, непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций.
12. Несобственные интегралы, признаки сходимости несобственных интегралов.
13. Комбинаторика: сочетания, перестановки, биномиальные коэффициенты.
14. Производящие функции. Линейные рекуррентные соотношения и рациональные производящие функции.
15. Евклидовы пространства, ортогональные проекции, расстояния и объемы.
16. Аффинные пространства, аффинные отображения. Задание аффинного отображения n -мерного аффинного пространства образами $n + 1$ точки.
17. Проективные пространства, проективные отображения. Задание проективного отображения n -мерного проективного пространства образами $n + 2$ точек.
18. Кривые второго порядка (коника), их классификация.
19. Векторные пространства и линейные отображения, базисы, размерность, теорема о ранге матрицы.
20. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Формула Крамера.
21. Характеристический и минимальный многочлены линейного оператора, теорема Гамильтона–Кэли.

22. Корневые подпространства линейного оператора, жорданова нормальная форма.
23. Квадратичные и билинейные формы, положительная определенность, закон инерции.
24. Вещественные самосопряженные операторы, их диагонализуемость. Приведение квадратичной формы к главным осям.
25. Эрмитовы скалярные произведения. Комплексные самосопряженные операторы, их диагонализуемость.
26. Группы, подгруппы, смежные классы, гомоморфизмы, нормальные подгруппы, факторгруппы, теорема о гомоморфизмах групп.
27. Строение конечнопорожденных абелевых групп.
28. Кольца, идеалы, факторкольца, прямое произведение колец, китайская теорема об остатках.
29. Евклидовы кольца, обратимые и неприводимые элементы, факториальность евклидовых колец.
30. Открытые и замкнутые подмножества \mathbb{R}^n , внутренность и замыкание. Описание открытых подмножеств \mathbb{R} .
31. Топологические пространства. Компактность, критерий компактности подмножества \mathbb{R}^n . Связность и линейная связность.
32. Гомотопия отображений. Стягиваемость выпуклых множеств. Фундаментальная группа топологического пространства. Ее вычисление для простейших пространств: окружности, сфер, проективных пространств.
33. Накрытия, примеры накрытий. Свойство накрывающей гомотопии, классификация накрытий данного пространства в терминах фундаментальной группы.
34. Комплексная производная, голоморфные функции, условия Коши–Римана, интегральная формула Коши.
35. Ряд Лорана, вычеты, вычисление интегралов с помощью вычетов.
36. Дифференциальные уравнения, теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
37. Методы решения дифференциальных уравнений: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения первого порядка, однородные уравнения.
38. Методы решения дифференциальных уравнений: линейные уравнения n -го порядка и линейные системы уравнений с постоянными коэффициентами.
39. Дискретные и непрерывные случайные величины, функция распределения, независимость случайных величин, условная вероятность.
40. Плотность распределения многомерной случайной величины, коэффициенты корреляции и ковариации.
41. Закон больших чисел.
42. Центральная предельная теорема.