

Дифференциальная геометрия и векторные расслоения (спецкурс и семинар)

М.С.Вербицкий

5 кредитов, обязательный к посещению желающим ходить на "комплексную алгебраическую геометрию" весной

Дифференциальная геометрия есть наука о геометрических структурах на гладких многообразиях. Понятие геометрической структуры (G -структуры) было введено Эли Картаном, в качестве общей платформы для изучения имевшихся к тому моменту геометрических структур. Понятие геометрической структуры стало фундаментом современной геометрии (Атья, Ботт, Гриффитс, Картан, Кобаяши, Черн), в той же степени, в которой "Эрлангенская программа" Феликса Клейна была фундаментом геометрии 19-го века.

Курс планируется как введение в основы дифференциальной геометрии, для студентов, которым знакомы понятия гладкого многообразия и векторного расслоения (или тех, кто собирается быстро их выучить). В качестве иллюстрации, я вкратце расскажу основы римановой геометрии (голономия, кривизна, классификация Берже многообразий с неприводимой голономией).

Знание программы курса обязательно для посещения "Комплексной алгебраической геометрии" весной.

1. Связность на векторном расслоении. Параллельный перенос. Кривизна, голономия, теорема Амброза-Зингера.
2. Связность на касательном расслоении. Кручение и его свойства. Связность Леви-Чивита.
3. Разложение тензора кривизны в неприводимые компоненты. Симметрии тензора кривизны. Тензор Риччи и эйнштейновы многообразия.
4. Классификация неприводимых голономий по Берже
5. Торсоры и главные расслоения. Связность Эресмана. Связность Картана на главном расслоении и ее кривизна.
6. Редукция структурной группы и G -структуры.
7. Кручение G -структуры по Картану. Препятствия к тривиализации G -структуры. Классификация однородных геометрий согласно Картану-Гийемину и формальная теория де Рама.
- 8* Классификация алгебр Клиффорда, спиноры, спинорные расслоения, спин-структуры.

Я буду пользоваться основами теории представлений (группы Ли, мера Хаара) и анализа на многообразиях (пучки, многообразия, векторные расслоения, алгебра де Рама). Слушатели, которые не знакомы с предварительным материалом, смогут изучить базовые понятия (пучки, векторные поля, дифференциальные формы) по листочкам.