

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ — 2

(весенний семестр 2013–2014 уч. года, для 3–4 курса)

Лектор — доц. А. Ю. Пирковский

Продолжение курса «Функциональный анализ — 1».

Краткая программа курса¹

- 1. КОМПАКТНЫЕ И ФРЕДГОЛЬМОВЫ ОПЕРАТОРЫ.** Компактные и фредгольмовы операторы, основные свойства и примеры. Фредгольмов индекс. Теория Рисса–Шаудера. Альтернатива Фредгольма. Свойства спектра компактного оператора. Приложения к интегральным уравнениям. Критерий Никольского–Аткинсона. Алгебра Калкина. Непрерывность индекса. Устойчивость индекса при компактных возмущениях. Существенный спектр. Приложения к операторам Тёплица.
- 2. КОМПАКТНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ.** Операторы в гильбертовом пространстве и их сопряженные. Спектры унитарных и самосопряженных операторов. Теорема Гильберта–Шмидта о диагонализации компактных самосопряженных операторов. Теорема Шмидта о строении компактных операторов. Приложения к задаче Штурма–Лиувилля. Операторы Гильберта–Шмидта и ядерные операторы. След.
- 3. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА.** Локально выпуклые пространства. Примеры. Непрерывные линейные операторы. Критерии нормируемости и метризуемости. Дуальные пары и слабые топологии. Теорема о биполяре и ее следствия. Теорема Банаха–Алаоглу. Слабые топологии и компактные операторы.
- 4. ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИИ (РАСПРЕДЕЛЕНИЯ).** Основные операции над обобщенными функциями. Пучок обобщенных функций. Носитель. Обобщенные функции с компактным носителем и обобщенные функции умеренного роста. Тензорное произведение и свертка обобщенных функций. Теоремы о строении обобщенных функций.
- 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ.** Преобразование Фурье интегрируемых функций на группе целых чисел, окружности и прямой. Основные свойства преобразования Фурье на прямой. Преобразование Фурье как автоморфизм пространства Шварца. Преобразование Фурье обобщенных функций умеренного роста. Преобразование Фурье в L^2 . Теорема Планшереля.
- 6. СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА.** Непрерывное и борелевское исчисления от самосопряженного оператора. Спектральные меры и представления алгебр непрерывных функций. Спектральная теорема и функциональная модель самосопряженного оператора.

¹Темы 5 и 6, возможно, будут рассказаны лишь частично.