

## Математические основы естествознания. Теория струн

1. Найти действие  $S(q_0, q_1; t)$  для гармонического осциллятора с лагранжианом  $L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}(m\dot{q}^2 - kq^2)$  при движении по классической траектории от  $q_0$  до  $q_1$  за время  $t$ . Какому дифференциальному уравнению удовлетворяет ответ и в чем его смысл?
2. Какими токами можно создать магнитное поле а)  $\vec{B} = (y, 0, 0)$ , б)  $\vec{B} = (x, 0, 0)$ ? Каким распределением зарядов можно создать электрическое поле  $\vec{E} = (x, y, z)$ ?
3. Написать уравнения движения для систем с лагранжианами ( $i = 1, \dots, D - 1$ )

$$L_1 = -m\sqrt{\dot{x}_0^2 - \sum_i \dot{x}_i^2}, \quad L_2 = -m\sqrt{1 - \sum_i \dot{x}_i^2}, \quad L_3 = \frac{\dot{x}_0^2 - \sum_i \dot{x}_i^2}{e} + Te$$

( $T, m$  – константы, а  $e$  – динамическая переменная) и сравнить их решения.

4. Найти гамильтонианы (генераторы сдвигов по  $\tau$ ) релятивистской частицы с действием

$$S = -mc \int d\tau \sqrt{(\dot{X}^0)^2 - (\dot{X}^i)^2}$$

если, пользуясь репараметризационной инвариантностью, выбрать

-  $X^0 = c\tau$ ;

- “калибровку светового конуса”  $X^+ = b\tau$ , где  $X^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(X^0 \pm X^{D-1})$ , а  $b = const$ .

Отличаются ли эти гамильтонианы, и если да, то чем?