

Домашнее задание 3

3.1. Найдите числа Костки **а)** $K_{(k,k),(k-1,1^{k+1})}$; **б)** $K_{(k,k),(1^{2k})}$.

3.2. а) Введите на решетке \mathbb{Z}^2 веса так, чтобы число путей из точки $(0, 0)$ в точку $(k, n-k)$ с этими весами было равно $e_k(x_1, \dots, x_n)$.

б) Докажите вторую формулу Якоби–Труди,

$$s_\lambda = \det(e_{\lambda_i^* + j - i}).$$

Напомним, что n -е число Каталана C_n равно числу путей на решетке \mathbb{Z}^2 из точки $(0, 0)$ в точку (n, n) , не поднимающихся выше прямой $y = x$.

3.3. Докажите, что $\det(C_{i+j-2})_{i,j=1}^n = 1$ при любом n .

Решения этого задания нужно сдать в письменном виде до 17:00 (т.е. до начала лекции) 9 октября 2013 г.