

## Домашнее задание 4

4.1. Докажите  $q$ -аналоги бинома Ньютона:

$$\text{а) } \frac{1}{(1-t)(1-q^2t)\dots(1-q^{n-1}t)} = \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} n+k-1 \\ k \end{bmatrix} t^k;$$

$$\text{б) } (1+t)(1+q^2t)\dots(1+q^{n-1}t) = \sum_{k=0}^n \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} q^{\frac{k(k-1)}{2}} t^k.$$

Таблица Гельфанда–Цетлина — это треугольная таблица  $(\lambda_{i,j})_{1 \leq i \leq j \leq n}$  из целых неотрицательных чисел, такая что  $\lambda_{i,j-1} \geq \lambda_{i,j} \geq \lambda_{i+1,j}$ .

$$\begin{array}{ccccccc} & & \lambda_{12} & & \lambda_{23} & & \dots & & \lambda_{n-1n} \\ & & & \dots & & \dots & & \dots & \\ & & & & \lambda_{1n-1} & & \lambda_{2n} & & \\ & & & & & & \lambda_{1n} & & \end{array}$$

4.2. Представьте количество таблиц Гельфанда–Цетлина с данной верхней строкой как значение подходящего многочлена Шура в единице.

Решения этого задания нужно сдать в письменном виде до 17:00 (т.е. до начала лекции) 16 октября 2013 г.