Задачи к зачету по квантовой теории поля 30 октября 2013

1. Постройте явные выражения генераторов алгебры Лоренца (бустов и вращений) в пространстве $V^{(1,0)}$.

2. Частотные компоненты скалярного вещественного массивного поля $a^{\pm}(\vec{k})$ выражаются в виде пространственного интеграла от функции поля и его временной производной. Докажите, что эти компоненты тем не менее не зависят от времени. Какой при этом должна быть пространственная асимптотика скалярного поля?

3. Приведите какое-нибудь решение классического неоднородного уравнения Клейна-Гордона

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi(x) = j(x),$$

где $j(x)$ — заданная скалярная функция.

4. Введем перестановочную функцию Паули-Йордана соотношением

$$[\hat{\phi}(x), \hat{\phi}(y)] = -iD(x-y),$$

где $\hat{\phi}(x)$ — оператор квантованного массивного вещественного скалярного поля.

а) Чему равно значение производной $\dfrac{\partial D(x)}{\partial x^0}$?

б) Докажите, что $D(x) = 0$ для любого пространственно подобного $x : x^2 < 0$.

в) Приведите явное выражение $D(x)$ в случае безмассового поля (то есть при $m = 0$).

5. Приведите выражение оператора вектора энергии-импульса $\hat{P}_\mu$ и тензора момента-импульса $\hat{M}_{\mu\nu}$ для квантованного массивного вещественного скалярного поля и докажите следующие соотношения:

$$i[\hat{P}_\mu, \hat{\phi}(x)] = \frac{\partial \hat{\phi}(x)}{\partial x^\mu}, \qquad i[\hat{M}_{\mu\nu}, \hat{\phi}(x)] = x_\mu \frac{\partial \hat{\phi}(x)}{\partial x^\nu} - x_\nu \frac{\partial \hat{\phi}(x)}{\partial x^\mu}.$$

6*. Вычислите коммутаторы операторов $\hat{P}_\mu$ и $\hat{M}_{\mu\nu}$ и докажите, что они образуют алгебру Пуанкаре. Почему этот факт вместе с результатом задачи **5** означает релятивистскую инвариантность процедуры канонического квантования скалярного поля?