Домашнее задание 5

Все представления в этом листке — над полем комплексных чисел.

5.0 (для $\leqslant 2$-курсников). Пусть V — некоторое представление группы S_3, $\sigma = (12), \tau = (123)$.

а) Докажите, что если $v \in V$ — собственный вектор для τ, отвечающий собственному значению ω, то вектор σv также является собственным вектором для τ с собственным значением $\omega^2 = \omega^{-1}$.

б) Докажите, что в условиях предыдущего пункта подпространство $\langle v, \sigma(v)\rangle$ является подпредставлением группы S_3.

(Следствие: размерность неприводимого представления группы S_3 не превышает двух.)

в) Опишите все неприводимые представления группы S_3 с точностью до изоморфизма.

(Вырожденная аффинная) *алгебра Гекке* $H(2)$ — это алгебра с образующими Y_1, Y_2 и s и соотношениями $Y_1Y_2 = Y_2Y_1$, $s^2 = 1$, $sY_1 - Y_2 s = 1$.

5.1. а) Представьте $\mathbb{C}[S_3]$ как фактор алгебры $H(2)$.

б) Докажите, что размерность неприводимого представления алгебры $H(2)$ не превышает двух.

в) Опишите явно (задайте матрицами каждое по одному разу) все неприводимые представление $H(2)$.

5.2. Опишите все такие диаграммы Юнга, что размерность соответствующего представления группы S_n (т. е. число стандартных таблиц данной формы) меньше n.

Решения этого задания нужно сдать в письменном виде до 17:00 (т.е. до начала лекции) 23 октября 2013 г.