

Математические основы естествознания. Теория струн. 5

1. При инфинитезимальной замене параметра на траектории $t \rightarrow t + \varepsilon(t)$ найти закон преобразования:

а) координат частицы $X^\mu(t)$;

б) одномерной метрики $e(t)$.

Показать, что величины $T = \int_0^1 dt e(t)$, $S_0 = \frac{1}{2} \int_0^1 dt \frac{\dot{X}^2}{e}$, $S_A = \int_0^1 dt A_\mu(X(t)) \dot{X}^\mu dt$, $S_\Phi = \int_0^1 dt e(t) \Phi(X(t))$ инвариантны относительно этих преобразований с точностью до граничных членов. При каких условиях на $\varepsilon(t)$ вклад граничных членов исчезает?

2. Вычислить пропагатор свободной частицы

$$\mathcal{K}(X_1, X_0) = \int_0^\infty dT \frac{e^{-\frac{(X_1^\mu - X_0^\mu)^2}{2T} - \frac{m^2}{2}T}}{T^{D/2}}$$

в импульсном представлении с помощью преобразования Фурье. Какому дифференциальному уравнению он удовлетворяет?

3. Вычислить континуальный интеграл для релятивистской частицы

$$F = \int_{X(0)=X(1)} DeDX e^{-\int_0^1 dt \left(\frac{\dot{X}^2}{2e} + \frac{1}{2}em^2 \right)}$$

по замкнутым траекториям. Функцией чего является ответ и имеет ли он физический смысл?