

Математические основы естествознания. Теория струн. 6

1. При инфинитезимальной репараметризации мирового листа струны $\sigma^\alpha \rightarrow \sigma^\alpha + \varepsilon^\alpha(\sigma)$, $\alpha = 1, 2$ найти закон преобразования:

- a) координат струны $X^\mu(\sigma)$;
- б) двумерной метрики $g_{\alpha\beta}(\sigma)$.

2. Для гравитационных переменных θ_i , $\theta_{-i} = \bar{\theta}_i$, $i = 1, \dots, n$ удовлетворяющих алгебраическим соотношениям $\theta_i \theta_j + \theta_j \theta_i = 0$, и правилам интегрирования Березина $\int d\theta_i = 0$, $\int d\theta_i \theta_j = \delta_{ij}$ вычислить интеграл

$$Z[A] = \int \prod_{i=1}^n d\theta_i d\bar{\theta}_i \exp \left(\sum_{i,j} \bar{\theta}_i A_{ij} \theta_j \right)$$

3. Для системы с действием первого порядка

$$S = \int_{\Sigma} d^2 z b \bar{\partial} c$$

где поля c и b имеют целые размерности $(j, 0)$ и $(1-j, 0)$ соответственно,

- а) найти тензор энергии-импульса;
- б) проверить его сохранение на уравнениях движения.

4. Для системы с действием первого порядка

$$S = \int_{\Sigma} d^2 z b \bar{\partial} c$$

где поля c и b имеют целые размерности $(j, 0)$ и $(1-j, 0)$ соответственно, найти число глобально определенных решений уравнения движения, если

- а) поверхность $\Sigma = \Sigma_0$ - сфера;
- б) поверхность $\Sigma = \Sigma_1$ - тор;
- в) $\Sigma = \Sigma_p$ - риманова поверхность рода $p > 1$.

В пунктах а) и б) построить решения явно.