

НИС Матфизика: двумерные конформные теории

1.1 Свободные теории и бозонизация

1. В теории свободного безмассового скалярного поля с действием $S = \frac{1}{2} \int d^2z (\partial_\alpha \phi)^2$ найти

- Голоморфный ток $J(z)$ размерности $(1, 0)$ и коррелятор $\langle J(z)J(z') \rangle$;
- Тензор энергии-импульса $T(z) = \frac{1}{2} : J(z)^2 :$ и центральный заряд;
- Все сингулярные члены операторного разложения $T(z)T(z')$ при $z \rightarrow z'$;
- Примарное поле размерности $\Delta = \bar{\Delta} = \frac{1}{2}\alpha^2$

2. Как следует модифицировать скалярную теорию (тензор энергии-импульса, действие), чтобы получить центральный заряд $c = 1 - 12\alpha_0^2$ для произвольного параметра α_0 ? Найти примарные поля и их размерности в деформированной скалярной теории.

3. Для свободной теории грассмановых bc -полей спинов $(j, 0)$ и $(1 - j, 0)$ с действием первого порядка

$$S = \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma} d^2\sigma b \bar{\partial} c \quad (1)$$

найти корреляционную функцию $\langle b(z)c(z') \rangle$, тензор энергии-импульса и центральный заряд.

4. Для грассмановой bc -системы с тензором энергии-импульса

$$T(z) = (j - 1) : b(z)\partial c(z) : - j : c(z)\partial b(z) : \quad (2)$$

выяснить, при каких значениях j ток

$$J(z) = : b(z)c(z) : \quad (3)$$

является примарным полем, и каковы его размерности $(\Delta, \bar{\Delta})$.

5. Можно ли воспроизвести операторные разложения в теории грассмановой bc -системы отождествив

$$b(z) \leftrightarrow : \exp(i\phi(z)) : \quad c(z) \leftrightarrow : \exp(-i\phi(z)) : \quad (4)$$

Если да, то каким должен быть при этом тензор энергии-импульса скалярного поля $\phi(z)$ для произвольного спина j у bc -системы?

6. Доказать с помощью бозонизации и теоремы Вика формулу Коши для детерминанта $\det_{i,j} \left\| \frac{1}{z_i - z_j} \right\|$.

1.2 Литература и более продвинутый взгляд на бозонизацию

Свободные конформные теории в контексте теории струн изложены в [1, 2]. Случай скалярного поля с деформированным тензором энергии-импульса можно найти в [3]. По поводу свободных теорий на римановых поверхностях см., например, [4].

Список литературы

- [1] J. Polchinski, “String theory”, Chapt. 2.
- [2] D. Friedan, E. Martinec, S. Shenker, Nucl. Phys. **B271** (1986) 93
- [3] Vl. Dotsenko, V. Fateev, Nucl.Phys. **B240** (1984) 312-348.
- [4] В. Г. Книжник, УФН, **159** (1989) 401.