

Экзамен (лето 2014)

I. Задачи

1. Найти дисперсию квадрата координаты гармонического одномерного осциллятора (частота - ω , масса - m) в состоянии с энергией, достоверно равной $3\hbar\omega/2$. (1 балл)
2. Найти среднюю кинетическую энергии ($\hat{T} = \hat{p}^2/2m$) для электрона (заряд - e , масса - m) в кулоновском поле притяжения (заряд центра притяжения - q) в $2p$ -состоянии с минимальной проекцией момента импульса на выделенную ось. (1 балл)
3. Два нейтрона могут двигаться только вдоль прямой и взаимодействуют между собой следующим образом: $U(q_1, q_2) = m\omega^2(q_1 - q_2)^2/4$ (здесь $q_{1,2}$ - координаты нейтронов на прямой, ω - характеристика потенциала, m - масса нейтрона). Система помещена в однородное магнитное поле \vec{B} . В каком магнитном поле основное состояние этой системы - синглетное? (Оператор магнитного момента нейтрона $\hat{\mu} = -\mu_0\hat{\sigma}$, где μ_0 - магнитный момент нейтрона, $\hat{\sigma}$ - матрицы Паули.) (2 балла)
4. Частота гармонического осциллятора (масса $m = 1$, постоянная Планка $\hbar = 1$) меняется с течением времени как показано на рисунке 1. В момент времени $t = 0$

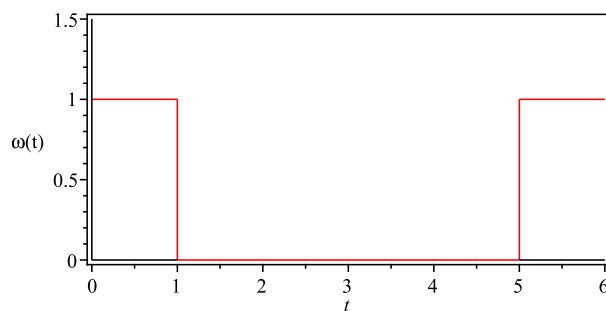


Рис. 1: Зависимость частоты от времени

осциллятор находится в основном состоянии. Какова вероятность у осциллятора остаться в основном состоянии в момент времени $t = 5 + 0$? (2 балла)

5. Две нейтральные частицы со спином $1/2$ и магнитным моментом μ_0 находятся в узлах матрицы на большом фиксированном состоянии R . Система помещена в однородное магнитное поле B , направленное перпендикулярно линии, соединяющей магнитные моменты, и находится в основном состоянии. Внезапно магнитное поле меняет знак, оставаясь неизменным по величине. Найти вероятность того, что система останется в основном состоянии. (Два магнитных момента взаимодействуют по закону $\mu_0^2(\hat{\sigma}_1\hat{\sigma}_2 - 3(\vec{n}\hat{\sigma}_1)(\vec{n}\hat{\sigma}_2))/R^3$, где \vec{n} - единичный вектор в направлении, соединяющем магнитные моменты, $\hat{\sigma}$ - матрицы Паули.) (3 балла)
6. Электрон вблизи металлической поверхности притягивается к своему изображению, причем сама поверхность металла не проницаема для электрона. Электрон находится в основном состоянии. Чему равно среднее расстояние от поверхности, на котором этот электрон можно обнаружить? (Потенциал изображения равен $U = -e^2/4z$, z - расстояние от электрона до металлической поверхности.) (3 балла)