

Экзамен (лето 2014)

I. Вопросы

1. Состояния физической системы в квантовой теории. Собственные состояния. Принцип суперпозиции. Вероятность перехода из одного состояния в другое (амплитуда перехода). Пространство состояний - гильбертово пространство.
2. Наблюдаемые в квантовой теории - операторы на гильбертовом пространстве. Действие оператора на собственные состояния. Требование самосопряженности оператора. Измерение наблюдаемой как задача на собственные значения. Определение среднего значения и дисперсии наблюдаемой.
3. Соотношение неопределенности и одновременная измеримость физических величин. Канонические коммутационные соотношения. Каноническое квантование в квантовой теории. Полный набор наблюдаемых.
4. Динамика в квантовой теории. Уравнение Шредингера. Гамильтониан как наблюдаемая, определяющая динамику в квантовой теории. Задача на собственные значения и собственные состояния гамильтониана как задача, решающая вопрос о динамике произвольного состояния в квантовой механике. Гамильтонианы свободной частицы, одномерного гармонического осциллятора, атома водорода, заряженной частицы в магнитном поле, релятивистской частицы (Дирака).
5. Квантование гармонического осциллятора. Операторы рождения и уничтожения. Энергетический спектр и собственные состояния. Собственные состояния в координатном и импульсном представлениях.
6. Когерентные состояния. Когерентные состояния как минимизирующие соотношение неопределенности. Координатное представление когерентных состояний. Динамика когерентного состояния. Разложение единицы для когерентных состояний. Собственные значения и собственные состояния оператора рождения.
7. Координатное представление в квантовой механике. Связанные состояния и собственные значения энергии для движения частицы в потенциальной яме глубины

U_0 и ширины a . Условия "сшивки" волновых функций. Явные выражения для собственных состояний и спектра энергии в случаях

a. $U_0 \rightarrow \infty, a = const$, (движение частицы в ящике);

b. $U_0 \rightarrow 0, a = const$, (мелкая яма);

c. $U_0 \rightarrow \infty, a \rightarrow 0, aU_0 = const$, (δ -образный потенциал).

8. Измерение координаты и импульса частицы (одномерный случай). Невозможность точного измерения координаты и импульса. Определение процесса измерения как физического процесса измерения с любой наперед заданной, но конечной, точностью. Непрерывный спектр значений физической величины. Понятие об оснащении гильбертова пространства.
9. Волновая функция как координатное представление состояния в гильбертовом пространстве. Физический смысл квадрата модуля волновой функции. Переход от координатного к импульсному представлению. Уравнение на собственные состояния гамильтониана $\hat{H} = \hat{p}^2/2m + U(\hat{q})$ в импульсном представлении.
10. Определение сохраняющихся наблюдаемых в квантовой теории. Условие сохранения наблюдаемой. Сохраняющиеся наблюдаемые для движения в кулоновском поле (с доказательством). Различные полные наборы наблюдаемых.
11. Частица в трехмерном пространстве. Измерение момента импульса частицы. Задача о нахождении собственных значений квадрата момента импульса и собственных значений проекции момента импульса на выделенную ось как задача о классификации неприводимых представлений группы $SU(2)$. Нахождение собственных состояний этой задачи (алгебраический подход).
12. Собственные состояния квадрата момента импульса и проекции момента импульса на выделенную ось в координатном представлении (сферические координаты). Построение сферических функций $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$. Явный вид и графики s, p, d -орбиталей.
13. Движение частицы в трехмерном центрально-симметричном поле. Одномеризация задачи на собственные значения гамильтониана. Эффективный потенциал и

особенности одномерной задачи. Минимальная и возможная(примеры) кратность вырождения уровней энергии.

14. Энергетический спектр связанных состояний для движения частицы в кулоновском потенциале притяжения (вывод). Кратность вырождения уровней.
15. Атом водорода. Отделение движения центра масс и относительного движения электрона и протона. Энергетический спектр. Явные выражения и графики радиальных волновых функций относительного движения для $1s$, $2s$ и $2p$ состояний.
16. Получение гамильтониана свободной релятивистской частицы (гамильтониан Дирака). Физические принципы, используемые при получении этого гамильтониана. Энергетический спектр. Несостоятельность квантовой механики релятивистской частицы. Необходимость перехода к квантовой теории поля. Понятие о дырках (позитронах).
17. Несохранение орбитального момента импульса свободной релятивистской частицы в картине Дирака. Сохранение полного момента импульса. Понятие спина частицы. Частица со спином $1/2$. Алгебра матриц Паули. Сложение моментов.
18. Движение заряженной частицы со спином $1/2$ в магнитном поле. Гамильтониан Паули как нерелятивистский предел гамильтониана Дирака (вывод). Магнитный момент электрона. Гиромагнитное отношение (сравнение с классической теорией).
19. Движение заряженной частицы со спином $1/2$ в однородном магнитном поле. Уровни Ландау.
20. Тождественные частицы. Принцип неразличимости тождественных частиц в квантовой теории. Бозоны и фермионы. Связь спина со статистикой (без доказательства). Собственные состояния гамильтониана невзаимодействующих бозонов и фермионов (можно на примере двух частиц). Принцип запрета Паули.
21. Придумать или найти *красивую* задачу по квантовой механике и *изящно* решить ее с *осмыслением* результатов.