

ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА МНОГОМЕРНЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

ВСЕВОЛОД ШЕВЧИШИН

Аннотация. Цель курса: Введение в теорию функций многих комплексных переменных и комплексную геометрию.

1. ОБЩИЙ ОБЗОР КУРСА

Многомерный комплексный анализ занимается изучением аналитических функций многих комплексных переменных, комплексных многообразий и пространств, а также связанных с ними структур.

За время своего развития многомерный комплексный анализ претерпел серьёзные изменения, в частности за счёт вовлечения новых идей и методов. Современные комплексный анализ и геометрию отличают взаимное проникновение в широкий круг различных областей математики, включая взаимное использование результатов.

Цель настоящего курса — введение в многомерный комплексный анализ, а также знакомство с базисными понятиями и основными методами.

Особое внимание будет уделено вопросам которые находят применение в алгебраической и дифференциальной геометрии.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ.

Базисные понятия из курсов анализа, линейной алгебры, дифференциальной геометрии и топологии из 1-го и 2-го курсов. Я надеюсь, что данный спецкурс будет доступен студентам начиная со 2-го курса, готовых подучить (или принять на веру) необходимые недостающие темы и сведения.

Полезны будут базисные сведения из одномерного комплексного анализа, алгебраической и дифференциальной геометрии, а также алгебраической топологии.

3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Это перечень тем которые предполагается рассмотреть:

1. Базисные понятия и конструкции.

- (0) Комплексные числа, пространство \mathbb{C}^n , эрмитовы структуры, \mathbb{R} - и \mathbb{C} -линейные отображения.
- (1) Комплексная и анти-комплексная производные. Голоморфные функции, интегральная формула Коши, аналитичность голоморфных функций. Элементарные свойства голоморфных функций.
- (2) Алгебры голоморфных функций. Равномерная сходимости. Теорема Хартогса и феномен продолжения.

2. Локальный и глобальный комплексный анализ.

- (3) Ростки и локальное кольцо голоморфных функций в точке. Теоремы Вейерштрасса и свойства локального кольца $\mathcal{O}_{X,z}$. Мероморфные функции. Когерентные пучки.
- (4) Аналитические множества, комплексные многообразия и пространства, голоморфные отображения. Голоморфные векторные расслоения, линейные расслоения, дивизоры, линейные системы дивизоров.
- (5) Дифференциальные формы на комплексных многообразиях, операторы d , ∂ и $\bar{\partial}$, когомологии Дольбо.
- (6) Распределения и потоки. Потоки на комплексных многообразиях. Комплексы де Рама и Дольбо потоков.

3. L^2 -теория Хёрмандера.

- (7) Эрмитовы метрики и интегрирование на комплексных многообразиях. Пространства L^2 -функций и L^2 -сечений.
- (8) Элементы функционального анализа: Банаховы и гильбертовы пространства, ограниченные и замкнутые операторы, сопряжённые операторы.
- (9) Гармоничные формы и разложение Ходжа.
- (10) Эрмитова метрика и кривизна голоморфных линейных расслоений. Плюрисубгармонические функции и положительные голоморфные линейные расслоения. Условие Кэлера и формула Акидзуки-Накано.
- (11) Теоремы о занулении когомологий Дольбо. Теорема Кодаиры о вложении.

4. Продолжение голоморфных объектов и оболочки голоморфности.

- (12) Проблема Леви. Оболочки голоморфности.
- (13) Многообразия Штейна.

5. Кэлеровы комплексные многообразия.

- (14) Теорема Лефшеца о гиперплоском сечении.
- (15) Сильная теорема Лефшеца.

6. Компактные комплексные поверхности.

- (16) Общий обзор. Раздутия и минимальные поверхности.
- (17) Кэлеровы и некэлеровы поверхности.
- (18) Рациональные и линейчатые поверхности.
- (19) КЗ-поверхности.

4. ЛИТЕРАТУРА.

Базисным пособием будут следующие книги:

- (1) Ганнинг, Р.; Росси Х.: *Аналитические функции многих переменных*. 397 стр., Перев. с англ., М., Мир, 1969.
- (2) Hörmander, L.: *An introduction to complex analysis in several variables*. 3rd edition. North-Holland, Amsterdam, 1990. xii+254 pp.

- (3) Хермандер, Л.: *Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных*. 279 стр., Перев. 1го изд. [2], М., Мир, 1968.
- (4) Demailly, J.-P.: *Complex Analytic and Differential Geometry*, интернет-книга, можно скачать по адресу:
www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly/manuscripts/agbook.pdf
- (5) Уэллс, Р.: *Дифференциальное исчисление на комплексных многообразиях*, 283 стр., М., Мир, 1976.
- (6) Гриффитс, Ф., Харрис, Дж.: *Принципы алгебраической геометрии*, том I, 496 стр., М., Мир, 1982.
- (7) Barth, W. P.; Hulek, K.; Peters, Ch. A. M.; Van de Ven, A.: *Compact complex surfaces*, 2nd enlarged edition, 436 pp., Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 2004.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ», 117312, Г. МОСКВА, УЛ. ВАВИЛОВА, Д. 7, ТЕЛ.(СЕКР.):
+7 (495) 772-95-90 *4144, *4147
E-mail address: shevchishin@gmail.com