

1ое занятие:

1. Какое дополнительное условие нужно наложить на неприводимую цепь, чтобы она стала регулярной?

2. Доказать, что для регулярной цепи существует и единственно стационарное распределение  $\pi_i > 0$ , такое что предел  $p_{ij}^{(n)}$  при  $n \rightarrow +\infty$  равен  $\pi_j$ .

2ое занятие:

1. Разрезать тор на 2 прямоугольника

а) с иррациональным углом наклона

б) с любым иррациональным углом наклона

2. Барацентрические коэффициенты не зависят от выбора начала координат.

3. Условие положительности  $\mathcal{P}_{ij} > 0$  гарантирует, что ни одна из вершин симплекса не попадёт на границу.

4\*. Если  $A$  - матрица с положительными элементами, то

а)  $A : \mathbf{R}_+^m \rightarrow \mathbf{R}_+^m$  является сжиманием метрики.

б) Существует и единственен собственный вектор с положительными элементами; его положительное собственное значение  $\lambda_0$  простое, а все остальные собственные значения матрицы  $\lambda$  по модулю меньше  $\lambda_0$ .

5\*. Доказать пункт а) теоремы для неприводимых цепей. Какой правильный вид пункта б) для неприводимых цепей?

6\*. Доказать теорему Дёблина.