

Листок 3. ОСОБЫЕ ТОЧКИ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

АНАЛИЗ, 2 КУРС, 17.10.2014

3◊1 Найдите точки экстремума функции $f(x, y) = 3x^2y - x^3 - y^4$ на плоскости.

3◊2 В результате последовательных соударений абсолютно упругих шариков с массами $M > m_n > m_{n-1} > \dots > m_1 > m$ тело с массой m приобретает скорость

$$v = \frac{m_1}{m + m_1} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \dots \frac{m_n}{m_{n-1} + m_n} \frac{M}{m_n + M} 2^{n+1} V,$$

где V – скорость тела с массой M . Как следует выбрать массы m_1, m_2, \dots, m_n , чтобы тело массы m приобрело наибольшую скорость? Найдите значение наибольшей скорости.

3◊3 Найдите огибающую семейства отрезков длины l с концами на положительных полуосях.

3◊4 Найдите границу зоны досягаемости снаряда (кривую безопасности) при стрельбе из артиллерийского орудия с постоянной начальной скоростью v_0 под произвольными углами к горизонту.

3◊5 Найдите эволюту **а)** эллипса; **б)** параболы.

3◊6 Найдите треугольник заданного периметра, который при вращении около одной из сторон образует тело наибольшего объема.

3◊7 Около прямоугольного параллелепипеда со сторонами $2a$, $2b$ и $2c$ опишите эллипсоид наименьшего объема.

3◊8 Согласно принципу Ферма, свет, исходящий из точки A и попадающий в точку B , распространяется по кривой, для прохождения которой требуется минимум времени. Предполагая, что точки A и B находятся в разных оптических средах, разделенных плоскостью, причем скорость распространения света в одной среде равна v_1 , а во второй v_2 , вывести закон распространения света.

3◊9 Покажите, что корни уравнения

$$x^n + c_1 x^{n-1} + \dots + c_n = 0$$

гладко зависят от его коэффициентов, во всяком случае, пока все корни различны.