

Задачи для семинара № 6
Геометрия-1
Матфак ВШЭ, осень 2014

**Прямые в евклидовой плоскости,
прямые и плоскости в евклидовом пространстве**

Задача 1. Дан треугольник ABC с вершинами $A = (4, 4)$, $B = (-6, -1)$ и $C = (-2, -4)$. Написать каноническое, параметрическое и общее уравнение прямой, содержащей биссектрису внутреннего угла треугольника при вершине C .

Задача 2. Составить уравнение общего перпендикуляра к двум прямым

$$\frac{x}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{2}, \quad \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{-2}.$$

Задача 3. Найти точку, симметричную точке $(0, 11)$ относительно прямой $x + 7y - 52 = 0$.

Задача 4. Найти точку, симметричную точке $(1, 2, 3)$ относительно прямой

$$\frac{x-8}{1} = \frac{y-11}{3} = \frac{z-4}{-1}.$$

Задача 5. Вершина треугольника находится в точке $(1, 3)$, а биссектрисами двух его углов являются прямые $y + 3 = 0$ и $3x + y + 6 = 0$. Написать уравнение стороны треугольника, противолежащей данной вершине.

Задача 6. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $(1, 1, 1)$ и перпендикулярную прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}.$$

Задача 7. На прямой $2x - 3y + 6 = 0$ найти точки, находящиеся на расстоянии $\frac{2}{5}$ от прямой $3x - 4y + 11 = 0$.

Задача 8. Найти расстояние от точки $(1, 3, 5)$ до прямой

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0, \\ 3x + y + 2z - 3 = 0. \end{cases}$$

Задача 9. Через точку пересечения прямых $3x + y + 10 = 0$ и $4x + 5y + 6 = 0$ провести прямую, отстоящую от начала координат на расстоянии 4.

Задача 10. Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $P = (1, -1, 2)$ на прямую l , заданную уравнением

$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}.$$

Найти расстояние от точки P до прямой l .

Задача 11. Центр симметрии квадрата находится в точке $(-1, 0)$, а одна из его сторон задаётся уравнением $x + 3y - 5 = 0$. Найти уравнения остальных трёх сторон.

Задача 12. В пучке, определённом плоскостями $3x - y + z - 2 = 0$ и $x + y - 6z - 1 = 0$ найти те плоскости, которые перпендикулярны данным.

Задача 13. Найти внутренние углы треугольника, образованного прямыми $x + y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ и $2x - 5y + 2 = 0$.

Задача 14. Даны точки $A = (3, 3)$ и $B = (0, 2)$. На прямой $x + y - 4 = 0$ найти точку, из которой отрезок AB виден под углом $\frac{\pi}{4}$.

Задача 15. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $(-1, 1, 0)$ и перпендикулярной плоскостям $2x + y - z + 7 = 0$ и $x - 3y + z - 1 = 0$.

Задача 16. Найти центр круга, вписанного в треугольник, ограниченный осями координат и прямой $3x - 4y - 5 = 0$.

Задача 17. Найдите центр и радиус сферы, вписанной в тетраэдр, ограниченный плоскостями координат и плоскостью $11x - 10y - 2z - 57 = 0$.